



Trasformazione diretta e inversa tra coordinate Geografiche e cartografiche Gauss-Boaga

La trasformazione diretta ed inversa tra coordinate geografiche e cartografiche viene risolta con l'utilizzo di sviluppi in serie. La cui precisione dipende dal numero di termini considerati. Si riportano nel seguito le formule di "Hirvonen"; pur non essendo le uniche note in letteratura, consentono un calcolo agevole di queste trasformazioni.

I coefficienti di queste formule sono stati determinati nell'ipotesi di lavorare nel sistema "sessadecimale". Le coordinate Est sono sempre riferite all'origine non convenzionale: nella trasformazione tra coordinate cartografiche (N,E) a coordinate Geografiche (φ, λ), la Est deve essere depurata di 500 km nel caso del sistema UTM o di 1500 km e 2520 km rispettivamente per il fuso Ovest e Est del sistema Gauss-Boaga. Per la trasformazione inversa ($\varphi, \lambda \rightarrow N, E$), deve dunque essere sommata l'origine convenzionale. La longitudine λ' è sempre riferita al meridiano centrale del fuso: ne consegue che prima dell'applicazione delle formule di passaggio da $\varphi, \lambda \rightarrow N, E$ la longitudine λ rispetto al meridiano di Monte Mario deve essere depurata dei valori:

$$\lambda_0 = 9^\circ - 12^\circ 27' 08.40'' = -3^\circ 27' 08.40'' \text{ per il fuso Ovest}$$

$$\lambda_0 = 15^\circ - 12^\circ 27' 08.40'' = +2^\circ 32' 51.60'' \text{ per il fuso Est}$$

Analogamente per i fusi 32 e 33 sistema UTM:

$$\lambda_0 = 9^\circ \text{ per il fuso Ovest}$$

$$\lambda_0 = 15^\circ \text{ per il fuso Est}$$

Del coefficiente di contrazione si è tenuto conto nel valore dei coefficienti A_i . Nelle formule che seguono si è usata la convenzione secondo la quale l'asse delle ascisse (Est nel sistema cartografico) viene definito come Y e l'asse delle ordinate (Nord nel sistema cartografico) come X.

Si riporta un esempio di trasformazione da coordinate geografiche a cartografiche e viceversa, con le formule di **Hirvonen** a partire dal vertice trigonometrico di 1° ordine (Basilica di Superga). Le cui coordinate nel sistema Nazionale Roma40 sono:

$$\lambda = -4^\circ 41' 3.307'' \text{ Est MM}$$

$$\varphi = 45^\circ 4' 48.308'' \text{ Nord}$$



- Formule di Hirvonen – Trasformazione diretta: note le coordinate φ, λ determinare le coordinate Nord e Est

$$Y = c \operatorname{arcsinh} [\cos \xi \tan \lambda' / v]$$

$$X = A_1 \xi - A_2 \sin 2 \xi + A_4 \sin 4 \xi - A_6 \sin 6 \xi$$

$$E = Y + 1500 \text{ Km (fuso ovest) oppure } + 2520 \text{ Km (fuso est)}$$

$$N = X$$

Dove

$$\lambda' = \lambda - \lambda_0$$

$$\xi = \operatorname{arctg} [\tan \varphi / \cos (v_1 \lambda')]$$

$$v = (1 + e'^2 \cos^2 \xi)^{0,5}$$

$$v' = (1 + e'^2 \cos^2 \varphi)^{0,5}$$

$$c = a^2 / b = 6399936,608$$

semiassi dell'elissoide di Hayford

$$a = 6378388 \text{ m}$$

$$b = 6356911,946 \text{ m}$$

$$e'^2 = (e^2 / (1 - e^2)) = 0.006768170197$$

I coefficienti A_i sono funzione dell'elissoide considerato:

$$A_1 = 637654,50006 \text{ m}$$

$$A_2 = 16107,03468 \text{ m}$$

$$A_4 = 16,97621 \text{ m}$$

$$A_6 = 0,02227 \text{ m}$$

Esempio:

```

CONVERSIONE (FI, LA) -----> (NORD, EST) - FORMULE HIRVONEN
***** INPUT *****
Vertice: SUPERGA
fi=          45.08008556 RISPETTO A MM IN SESSADECIMALI
la=          -4.68425194 RISPETTO A MM IN SESSADECIMALI
***** PARAMETRI *****
la0=         -3.4523333333 Usare -3.452333333333 per fuso O
                e +2.5476666667 per fuso E
E0=          1500000 Usare 1500000per fuso O
                e 2520000 per fuso E
e^2=         0.00672267 eccentricità
a=           6378388 semiasse maggiore
m=           0.9996 modulo contrazione
A1=          111092.0821 coeff. contratti di 0.9996
A2=          16100.59187
    
```



```

A4=          16.96942
A6=          0.02226
***** PARAMETRI CALCOLATI *****
e'2=         0.0067681702 eccentricità seconda
c=           6397376.633
la'=        -1.2319186107 long. dal merid. centrale del fuso
***** CALCOLO *****
v1=          1.0016858913
csi=         45.086730273
v=           1.0016854995
argomento   -0.015157289 argomento funzione arcsinh
Y=          -96963.173659
X_coef.1=   5008778.7412
X_coef.2=-16100.5180851
X_coef.4=   -0.1027477735
X_coef.6=   0.0222590819
***** RISULTATI [m] *****
EST=         1403036.83 (Y+origine convenzionale Est)
NORD=        4992678.14 (sommatoria X_coef.i)
*****

```

- Formule di Hirvonen – Trasformazione inversa: note le coordinate Nord e Est determinare le coordinate φ, λ

$$\lambda' = \arctg [(v \sinh (y/c)) / (\cos \xi)]$$

$$\varphi = \arctg [\tan \xi \cos (v \lambda')]$$

dove:

$$\lambda = \lambda' + \lambda_0$$

$$\xi = (N / A_1) + (B_2 \sin 2(N / A_1)) + (B_4 \sin 4(N / A_1)) + (B_6 \sin 6(N / A_1))$$

v = vedi sopra

y = E – 1500 Km oppure – 2520 Km

A_i = vedi sopra

B₂ = 0,1449300705

B₄ = 0,0002138508

B₆ = 0,0000004322

```

CONVERSIONE (NORD, EST) ----> (FI, LA) - FORMULE HIRVONEN
***** INPUT *****
Vertice: SUPERGA
NORD=        4992678.140 [m]
EST=         1403036.830 [m]
***** PARAMETRI *****
la0=         -3.4523333333 Usare -3.452333333333 per fuso O
                e +2.547666667 per fuso E
E0=          1500000 Usare 1500000per fuso O
                e 2520000 per fuso E
e^2=         0.00672267 eccentricità

```



```
a=          6378388 semiasse maggiore
m=          0.9996 modulo contrazione
A1=         111092.0821 coeff. contratti di 0.9996
B2=         0.1449300705
B4=         0.0002138508
B6=         0.0000004322
***** PARAMETRI CALCOLATI *****
e'2=        0.0067681702 eccentricità seconda
c=          6397376.633
Y=          -96963.170 coord. Est depurata
***** CALCOLO *****
Csi_1=      44.941800042
Csi_2=      0.1449297714
Csi_4=      0.0000008689
Csi_6=      -0.0000004322
Csi=        45.08673025 (sommatoria Csi_i)
v=          1.0016854995
senh=       -0.0151572884
la'=        -1.2319185637
fi=         45.080085542
***** RISULTATI *****
la=         -4.684251897 (la'+la0)      -4      -41      -3.307
fi=         45.080085542                45       4      48.308
la GW=      7.768081436                  7       46      5.093
*****
```