

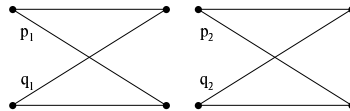
Compito di Teoria dei Segnali

22/07/2002

Diploma a Distanza in Ingegneria Informatica e Automatica 9520N

Diploma a Distanza in Ingegneria delle Telecomunicazioni 9520F

durata: 1 ora



Esercizio 1 Si consideri un canale binario discreto formato dalla cascata di due canali binari con probabilità di transizione p_1, q_1 e p_2, q_2 rispettivamente. Si calcoli

A) La probabilità di errore $P(e)$ del canale prodotto

B) le probabilità di transizione del canale prodotto

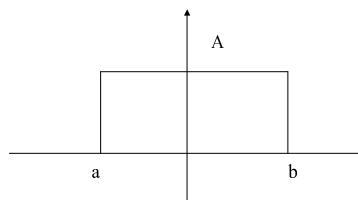
Soluzione 1 A) La probabilità di errore è:

$$\begin{aligned} P(e) &= P(e|x_0)P(x_0) + P(e|x_1)P(x_1) \\ &= [p_1(1 - q_2) + (1 - p_1)q_2] P(x_0) + [q_1(1 - p_2) + (1 - q_1)q_2] P(x_1) \end{aligned}$$

B) mentre le probabilità di transizione del canale prodotto sono

$$p = p_1(1 - q_2) + (1 - p_1)q_2,$$

$$q = q_1(1 - p_2) + (1 - q_1)q_2$$



Esercizio 2 Data una variabile aleatoria ξ la cui distribuzione di probabilità è data in figura, calcolare

A) la relazione tra a, b e A tale per cui $f(x)$ è una distribuzione di probabilità

B) la media di ξ , $E\{\xi\}$

C) la varianza di ξ , $E\{(\xi - \mu_\xi)^2\}$

Soluzione 2 A) $(b - a)A = 1$

B) $E\{\xi\} = \mu_\xi = \frac{A}{2}(b^2 - a^2) = \frac{b+a}{2}$

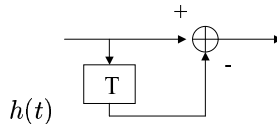
C) $E\{(\xi - \mu_\xi)^2\} = E\{\xi^2\} - \mu_\xi^2 = \frac{A}{3}(b^3 - a^3) - \frac{A^2}{4}(b^2 - a^2)^2 = \frac{b^2 - ab - a^2}{3} - \frac{(b+a)^2}{4}$

Esercizio 3 Sia $x(t) = A \cos^2(\pi t/T)$. Calcolare l'uscita $y(t)$ di un filtro la cui risposta all'impulso è una porta di ampiezza unitaria causale e durata $T/3$, quando in ingresso è applicato $x(t)$.

Soluzione 3

$$x(t) = A \cos^2(\pi t/T)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \\ &= \int_0^{T/3} x(t - \tau)d\tau \\ &= \int_0^{T/3} A \cos^2(\pi(t - \tau)/T)d\tau \\ &= A \int_0^{T/3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi(t - \tau)/T) \right) d\tau \\ &= \frac{AT}{6} + \frac{AT}{4\pi} (\sin(2\pi t/T) - \sin(2\pi t/T - 2\pi/3)) \\ &= \frac{AT}{6} + \frac{AT}{4\pi} \left(\frac{3}{2} \sin(2\pi t/T) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2\pi t/T) \right) \end{aligned}$$



Esercizio 4 Calcolare la risposta all'impulso $h(t)$ e la risposta in frequenza $H(f)$ del filtro in figura.

Soluzione 4

$$y(t) = x(t) - x(t - T)$$

$$Y(f) = X(f) - X(f)e^{j2\pi fT} = X(f)(1 - e^{j2\pi fT})$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = (1 - e^{j2\pi fT})$$

$$h(t) = \delta(t) - \delta(t - T)$$