# Esercitazione 9 - Sistemi Lineari

**Esercizio 1** *Calcolare la funzione di trasferimento e la risposta all'impulso del filtro RC di fig. 1. Dire se il filtro è stabile. Calcolare l'uscita $y(t)$ quando l'ingresso è un impulso rettangolare causale di ampiezza unitaria e durata $T$.*

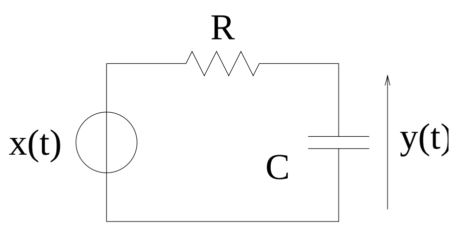


Figura 1: Esercizio 1

$$\left[ y(t) = \begin{cases} 1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} & \textit{per } 0 < t \le T \\ \left(\mathrm{e}^{\frac{T}{RC}} - 1\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} & \textit{per } t > T \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases} \right]$$

**Esercizio 2** *Un sistema LTI ha risposta all'impulso $h(t)$ rettangolare, causale, di ampiezza unitaria e durata $T$. Determinare l'uscita $y(t)$ del sistema quando l'ingresso vale*

$$x(t) = Ah(t)$$

*con $A$ una costante positiva.*

$$\left[ y(t) = \begin{cases} At & \textit{per } 0 < t \le T \\ A(2T - t) & \textit{per } T < t \le 2T \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases} \right]$$

**Esercizio 3** *Un sistema LTI ha risposta all'impulso $h(t)$ rettangolare, causale, di ampiezza unitaria e durata $T$. L'ingresso vale*

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$$

*Determinare per quali valori di $f_0$ l'uscita del sistema è identicamente nulla: $y(t) = 0\ \forall t$.*

$\left[f_0 = \frac{k}{T} \text{ con } k = 1, 2, \ldots\right]$

**Esercizio 4** *Si consideri lo schema della fig. 2, dove $\phi$ e $f_0$ sono costanti, e $x(t)$ è un segnale strettamente limitato in banda: $X(f) = 0$ per $|f| > B$. Si supponga $f_0 = 10B$.*

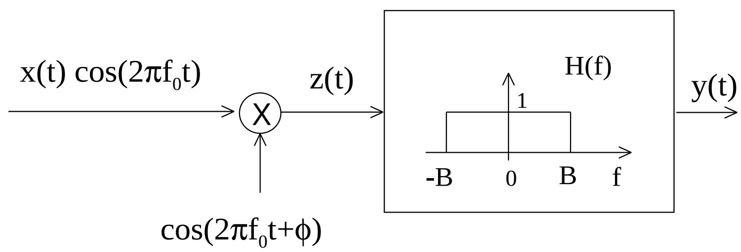


Figura 2: Esercizio 4

*a) Ricavare un'espressione analitica per $y(t)$.*

*b) È possibile trovare un valore di $\phi$ affinché $y(t) = 0$ per $\forall t$?*

$\left[y(t) = \frac{1}{2}\cos(\phi)x(t); \phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}\right]$

**Esercizio 5** *Si consideri lochema di fig. 3. Sia*

$$x(t) = A\sin(2\pi f_0 t)$$

*con $A$ una costante positiva. Si calcoli lo spettro del segnale $y(t)$ all'uscita del sistema.*

$\left[Y(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -\frac{2A}{\pi(4n^2-1)}\delta(f - 2nf_0)\right]$

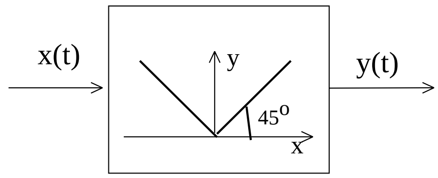


Figura 3: Esercizio 5

**Esercizio 6** *Il segnale $x(t) = 2\sin^2(\pi \frac{t}{T})$ è posto all'ingresso di un sistema lineare, causale e con risposta all'impulso rettangolare di ampiezza unitaria e durata $\frac{T}{2}$. Calcolare il segnale di uscita $y(t)$.*

$\left[\frac{T}{2} - \frac{T}{\pi}\sin(2\pi\frac{t}{T})\right]$

**Esercizio 7** *Determinare la funzione di trasferimento del sistema indicato in fig. 4.*

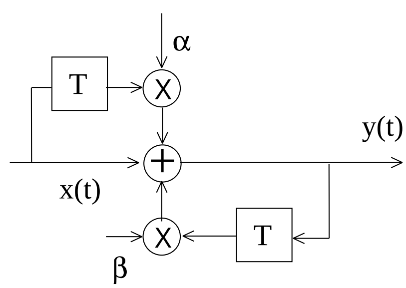


Figura 4: Esercizio 7

*a) Discutere la stabilità del sistema in funzione di $\alpha$ e $\beta$.*

*b) Verificare che se $\alpha = -\frac{1}{\beta}$, il modulo di $H(f)$ è costante.*

$\left[|\beta| \neq 1; |H(f)| = \frac{1}{\beta}\right]$

**Esercizio 8** *Si consideri il sistema di fig. 5. dove $T$ indica un ritardatore, $A$ è una costante positiva e $h(t) = \int_{-\infty}^{t} z(\theta)d\theta$.*
*Dire se il sistema è lineare e invariante e motivare la risposta.*

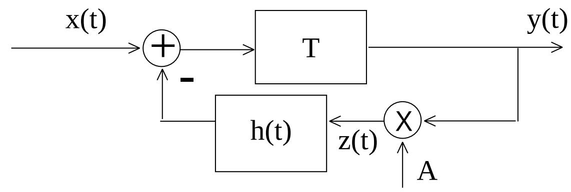


Figura 5: Esercizio 8

[ *Sistema lineare e invariante* ]

**Esercizio 9** *L'uscita di un sistema lineare è legata all'ingresso $x(t)$ dalla relazione*

$$y(t) = \int_{t-1}^{t} x(\tau)d\tau + x(t-2)$$

*a) Dimostrare che il sistema è lineare e invariante.*

*b) Calcolare la risposta all'impulso e la funzione di trasferimento.*

$\left[\frac{\sin(\pi f)}{\pi f}\, \mathrm{e}^{-j\pi f} + \mathrm{e}^{-j4\pi f}\right]$

**Esercizio 10** *Sia $x(t)$ il segnale di ingresso di un ritardatore. Calcolare lo spettro di energia del segnale di uscita $y(t)$ in funzione dello spettro di energia di $x(t)$.*

$[S_y = S_x]$