

Esercitazione 8 - Trasformata di Fourier

Esercizio 1 *Determinare lo spettro del segnale $x(t)$ rappresentato in fig. 1. Verificare che il modulo di tale spettro non dipende da τ .*

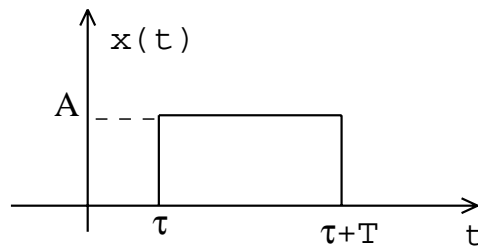


Figura 1: Esercizio 1

$$\left[A \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f} e^{-j2\pi(\tau + \frac{T}{2})f} \right]$$

Esercizio 2 *Determinare lo spettro del segnale $x(t)$ rappresentato in fig. 2, usando opportunamente le proprietà della trasformata di Fourier.*

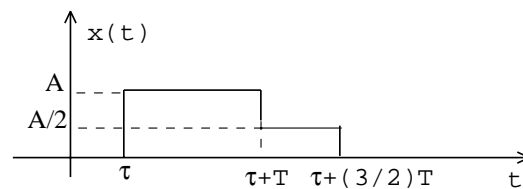


Figura 2: Esercizio 2

$$\left[A \frac{\sin(\pi f \frac{T}{2})}{\pi f} e^{-j\pi f (2\tau + T)} \left[2 \cos(\pi f \frac{T}{2}) + \frac{1}{2} e^{-j\frac{3}{2}\pi f T} \right] \right]$$

Esercizio 3 Si consideri il segnale

$$x(t) = a(t) \cos(2\pi F_0 t)$$

dove $a(t)$ è un segnale ad energia finita il cui spettro, $A(f)$, è nullo per $|f| > F_0/2$. Si consideri poi un segnale $y(t)$ il cui spettro, $Y(f)$, è legato allo spettro di $x(t)$, $X(f)$, dalla relazione

$$Y(f) = X(f)U(f)$$

con

$$U(f) = \begin{cases} 1 & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$$

Valutare $y(t)$ in funzione di $x(t)$.

$$\left[\frac{1}{2} \frac{x(t)}{\cos(2\pi f_0 t)} e^{j2\pi f_0 t} \right]$$

Esercizio 4 Si considerino i due segnali

$$x(t) = e^{-Kt} u(t)$$

$$y(t) = x(t) * \frac{\sin(\theta t)}{\pi t}$$

dove “*” denota il prodotto di convoluzione. Si determini la relazione che deve intercorrere tra le costanti k e θ affinché l’energia di $y(t)$ sia pari alla metà dell’energia di $x(t)$.

$$[\theta = K \text{ per } K \neq 0]$$

Esercizio 5 Si consideri il segnale $x(t)$ il cui spettro $X(f)$ vale

$$X(f) = \cos(2\pi f) P_{\frac{1}{2}}(f)$$

e $P_{\frac{1}{2}}(f)$ è la funzione porta simmetrica, di ampiezza unitaria e durata $1/2$ (è diversa da zero nell’intervallo $[-\frac{1}{4}, +\frac{1}{4}]$). Si costruiscono i segnali

$$y(t) = x(t) [1 - e^{j\pi t}]$$

e

$$z(t) = y(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n)$$

Si tracci l'andamento di $z(t)$, dopo averne ricavato un'espressione analitica.

$$\left[\frac{1}{2} [\delta(t-1) + \delta(t+1)]\right]$$

Esercizio 6 Si determini la trasformata di Fourier del segnale periodico

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t-nT)$$

dove $s(t)$ è una porta simmetrica di ampiezza unitaria e durata $T/2$.

$$\left[\mu_0 = \frac{1}{2}; \mu_{2n} = 0; \mu_{2n+1} = \frac{(-1)^n}{n\pi}\right]$$

Esercizio 7 Determinare la banda a 3dB di

$$x(t) = e^{-a|t|}$$

definito per $-\infty < t < +\infty$.

$$\left[\sqrt{\sqrt{2}-1} \frac{a}{2\pi}\right]$$

Esercizio 8 Determinare la banda equivalente di un impulso rettangolare causale di durata τ .

$$\left[\frac{1}{2\tau}\right]$$

Esercizio 9 Si consideri un segnale $x(t)$ ad energia finita e con spettro nullo per $|f| > B$ ed il segnale $y(t) = x(t/2)$. Dire se la banda di $y(t)$ è maggiore, minore o uguale alla banda di $x(t)$.

$$[B_y < B_x]$$