

## Esercitazione 8 - Trasformata di Fourier

**Esercizio 1** *Determinare lo spettro del segnale  $x(t)$  rappresentato in fig. 1. Verificare che il modulo di tale spettro non dipende da  $\tau$ .*

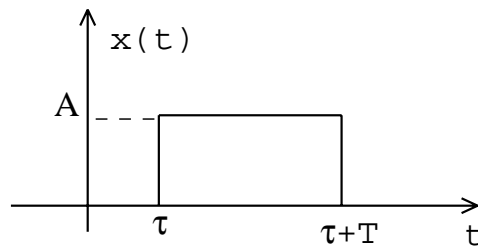


Figura 1: Esercizio 1

$$\left[ A \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f} e^{-j2\pi(\tau + \frac{T}{2})f} \right]$$

**Esercizio 2** *Determinare lo spettro del segnale  $x(t)$  rappresentato in fig. 2, usando opportunamente le proprietà della trasformata di Fourier.*

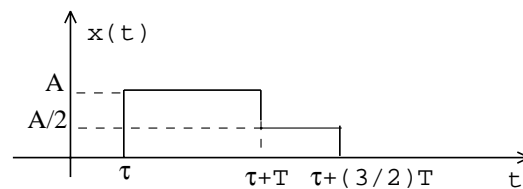


Figura 2: Esercizio 2

$$\left[ A \frac{\sin(\pi f \frac{T}{2})}{\pi f} e^{-j\pi f (2\tau + T)} \left[ 2 \cos(\pi f \frac{T}{2}) + \frac{1}{2} e^{-j\frac{3}{2}\pi f T} \right] \right]$$

**Esercizio 3** Si consideri il segnale

$$x(t) = a(t) \cos(2\pi F_0 t)$$

dove  $a(t)$  è un segnale ad energia finita il cui spettro,  $A(f)$ , è nullo per  $|f| > F_0/2$ . Si consideri poi un segnale  $y(t)$  il cui spettro,  $Y(f)$ , è legato allo spettro di  $x(t)$ ,  $X(f)$ , dalla relazione

$$Y(f) = X(f)U(f)$$

con

$$U(f) = \begin{cases} 1 & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$$

Valutare  $y(t)$  in funzione di  $x(t)$ .

$$\left[ \frac{1}{2} \frac{x(t)}{\cos(2\pi f_0 t)} e^{j2\pi f_0 t} \right]$$

**Esercizio 4** Si considerino i due segnali

$$x(t) = e^{-Kt} u(t)$$

$$y(t) = x(t) * \frac{\sin(\theta t)}{\pi t}$$

dove “\*” denota il prodotto di convoluzione. Si determini la relazione che deve intercorrere tra le costanti  $k$  e  $\theta$  affinché l’energia di  $y(t)$  sia pari alla metà dell’energia di  $x(t)$ .

$$[\theta = K \text{ per } K \neq 0]$$

**Esercizio 5** Si consideri il segnale  $x(t)$  il cui spettro  $X(f)$  vale

$$X(f) = \cos(2\pi f) P_{\frac{1}{2}}(f)$$

e  $P_{\frac{1}{2}}(f)$  è la funzione porta simmetrica, di ampiezza unitaria e durata  $1/2$  (è diversa da zero nell’intervallo  $[-\frac{1}{4}, +\frac{1}{4}]$ ). Si costruiscono i segnali

$$y(t) = x(t) [1 - e^{j\pi t}]$$

e

$$z(t) = y(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n)$$

Si tracci l'andamento di  $z(t)$ , dopo averne ricavato un'espressione analitica.

$$\left[ \frac{1}{2} [\delta(t-1) + \delta(t+1)] \right]$$

**Esercizio 6** Si determini la trasformata di Fourier del segnale periodico

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t-nT)$$

dove  $s(t)$  è una porta simmetrica di ampiezza unitaria e durata  $T/2$ .

$$\left[ \mu_0 = \frac{1}{2}; \mu_{2n} = 0; \mu_{2n+1} = \frac{(-1)^n}{n\pi} \right]$$

**Esercizio 7** Determinare la banda a 3dB di

$$x(t) = e^{-a|t|}$$

definito per  $-\infty < t < +\infty$ .

$$\left[ \sqrt{\sqrt{2} - 1} \frac{a}{2\pi} \right]$$

**Esercizio 8** Determinare la banda equivalente di un impulso rettangolare causale di durata  $\tau$ .

$$\left[ \frac{1}{2\tau} \right]$$

**Esercizio 9** Si consideri un segnale  $x(t)$  ad energia finita e con spettro nullo per  $|f| > B$  ed il segnale  $y(t) = x(t/2)$ . Dire se la banda di  $y(t)$  è maggiore, minore o uguale alla banda di  $x(t)$ .

$$[B_y < B_x]$$