# Esercitazione 5 - Distribuzioni notevoli, calcolo di medie e varianze

**Esercizio 1** *Determinare la media* $E(X)$ *e al varianza* $\sigma_X^2 = E(X^2) - E(X)^2$ *della variabile casuale discreta* $X$ *con distribuzione binomiale:*

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

*[*$np$, $np(1-p)$*]*

**Esercizio 2** *Data la seguente variabile casuale discreta* $X$ *(Poisson),*

$$P(X = k) = C\frac{\lambda^k}{k!}$$

*determinare:*

*a) per quale valore della costante* $C$ *la precedente espressione rappresenta effettivamente un d.d.p.;*

*b) il valor medio* $E(X)$*;*

*c) la deviazione standard* $\sigma_X$*.*

*[*$\lambda$, $\sqrt{\lambda}$*]*

**Esercizio 3** *Determinare media e varianza di un variabile casuale uniformemente distribuita tra due valori reali* $a$ *e* $b$*, con* $b > a$ *(vedi fig. 1).*

*[* $\frac{a+b}{2}$, $\frac{(b-a)^2}{12}$*]*

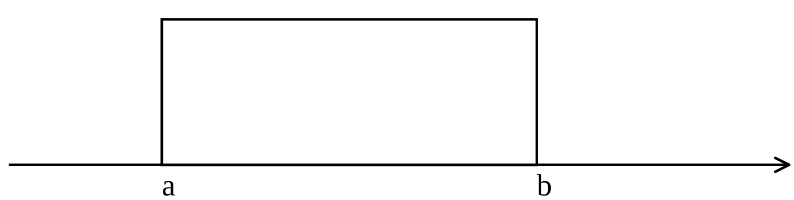


Figura 1: Densità di probabilità uniforme

**Esercizio 4** *Data la variabile casuale con la funzione densità di probabilità triangolare riportata in fig. 2 determinare:*

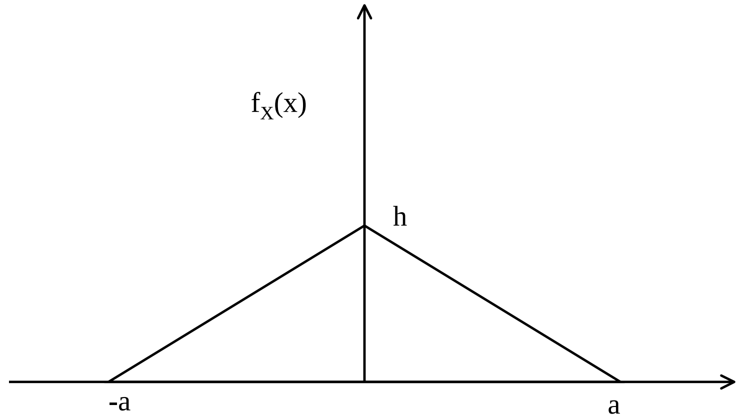


Figura 2: Densità di probabilità triangolare

*a) il valore della costante di normalizzazione h;*

*b) il valor medio;*

*c) la deviazione standard.*

*[*$\frac{2}{a}$, 0, $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$*]*

**Esercizio 5** *Data la funzione densità di probabilità esponenziale* $f_X(x) = ce^{-\lambda x}u(x)$*, determinare:*

*a) il valore della costante di normalizzazione c;*

*b) il valor medio* $E(X)$*;*

*c) il valor quadratico medio* $E(X^2)$*;*

*c) la varianza* $\sigma_X^2$*.*

*[* $\lambda$, $\frac{1}{\lambda}$, $\frac{2}{\lambda^2}$, $\frac{1}{\lambda^2}$*]*

**Esercizio 6** *Procedere come per l'esercizio precedente con la funzione densità di probabilità* $f_X(x) = ce^{-a|x|}$ *(*Laplace*).*
*[* $\frac{a}{2}$, 0, $\frac{2}{a^2}$, $\frac{2}{a^2}$*]*

**Esercizio 7** *Dato lo schema a blocchi riportato in figura 3 determinare il valor medio e la varianza della variabile casuale Y all'uscita del limitatore con soglia t. La variabile casuale di ingresso X ha funzione densità di probabilità di Laplace con parametro a (*$f_X(x) = ce^{-a|x|}$*).*
*[ 0,* $\sigma_X^2 e^{-at}$*]*

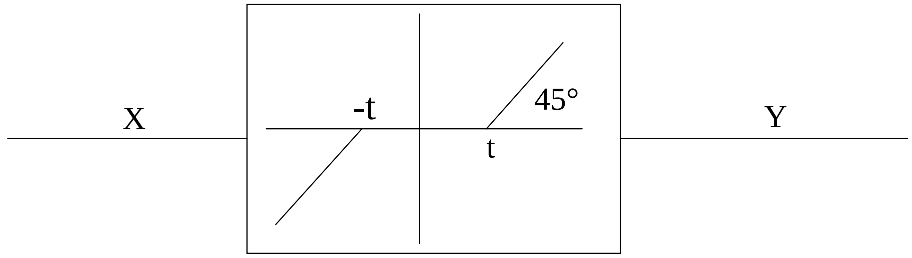


Figura 3: Schema a blocchi del limitatore

**Esercizio 8** *Sia $X$ una variabile casuale con distribuzione normale*

$$X \sim N(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x-\mu}{2\sigma^2}}$$

*Facoltativo: dimostrare che il valor medio e la varianza valgono rispettivamente $\mu$ e $\sigma^2$.*

*Determinare la probabilità dei seguenti eventi:*

*a)* $X \leq t$;

*b)* $X \in [-t, t]$;

*c)* $X \in [0, t]$.

*[* $\frac{1}{2} erfc\left(\frac{t-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)$, $\frac{1}{2}\left[erfc\left(\frac{t-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - erfc\left(\frac{-t-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]$, $\frac{1}{2}\left[1 - erfc\left(\frac{t-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]$ *]*