

## Esercitazione 3 - Applicazioni alla trasmissione dell'informazione

**Esercizio 1** Una sorgente emette messaggi costituiti da  $N$  simboli binari. Tali messaggi vengono inviati su un canale binario simmetrico la cui probabilità di errore vale  $p$ . Calcolare la probabilità di errore sul messaggio.

$$[1 - q^n]$$

**Esercizio 2** Si consideri il canale di comunicazione ternario rappresentato nella figura 1 e caratterizzato dalle probabilità di transizione ivi indicate. Si assuma che le probabilità associate ai simboli in ingresso siano:  $P\{x_1\} = 0.3$ ,  $P\{x_2\} = 0.5$  e  $P\{x_3\} = 0.2$ . Calcolare la probabilità che, essendo stato ricevuto il simbolo  $y_i$ , sia stato trasmesso il simbolo  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

$$[0.720, 0.694, 0.410]$$

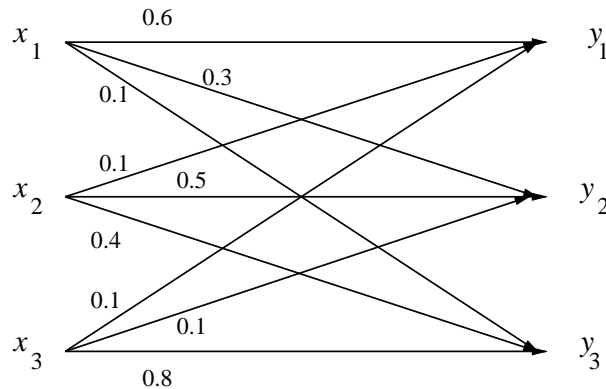


Figura 1: Canale ternario.

**Esercizio 3** Due canali binari simmetrici con probabilità di transizione rispettivamente pari a  $p'$  e  $p''$  vengono messi in cascata (vedi figura 2)-. Calcolare la probabilità di transizione  $p$  del canale binario simmetrico equivalente così ottenuto. Se poi la sorgente trasmette i simboli "0" e "1" con probabilità  $P\{Tx \text{ "0"}\} = 3/4$  e  $P\{Tx \text{ "1"}\} = 1/4$ , ponendo  $p' = p'' = 1/10$ , calcolare probabilità di ricevere uno "0" in uscita.

$$[9/50, 33/50]$$

**Esercizio 4** Nelle applicazioni in cui la probabilità di errore  $p$  del canale binario simmetrico (BSC) è troppo elevata, si protegge l'informazione mediante la codificazione di canale. L'esempio di codice più banale è il codifica a ripetizione, che consiste nel trasmettere sul canale, anziché il simbolo generato dalla sorgente, una parola formata da  $2n + 1$  simboli uguali a quello

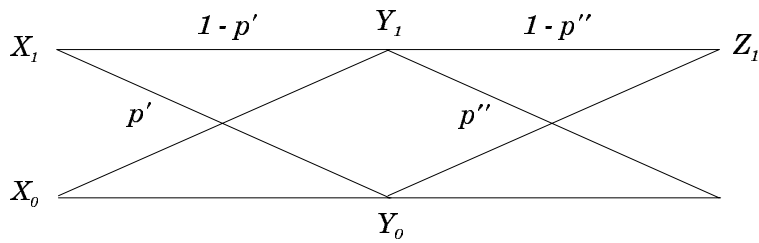


Figura 2: Due BSC in cascata.

emesso. In ricezione, si esegue la decodifica a maggioranza, cioè si sceglie il simbolo che compare nella sequenza ricevuta almeno  $n + 1$  volte. Ricavare l'espressione della probabilità di errore su una singola trasmissione per un BSC con probabilità di transizione  $p$ . Calcolare poi la probabilità di errore nel caso in cui  $n = 1, 2, 3, 4$  e  $p = 10^{-2}$ .

$[3 \times 10^{-4}, 10^{-5}, 3.5 \times 10^{-7}, 1.26 \times 10^{-8}]$

**Esercizio 5** Un'altra tecnica di codificazione di canale è la codifica a controllo di parità. Il funzionamento è il seguente: ciascuna sequenza di simboli emessa dalla sorgente binaria viene suddivisa in blocchi ("parole") di  $2n - 1$  simboli e si aggiunge ad ogni blocco un simbolo ( $X_0$  o  $X_1$ ), in modo da rendere pari il numero di simboli  $X_0$  (e di conseguenza anche  $X_1$ ). Esempio:  $n = 3$

sequenza di sorgente:                      sequenza codificata:  
 $X_0 X_0 X_1 X_0 X_1$                        $\Rightarrow$                        $X_0 X_0 X_1 X_0 X_1 X_0$ .

In ricezione viene effettuato un controllo di parità: un dispositivo verifica se il numero di  $X_0$  presenti nella parola ricevuta è pari: in caso positivo, accetta la parola ricevuta come valida, in caso negativo, chiede la ritrasmissione della parola stessa. Ricavare le espressioni della probabilità di errore su una singola trasmissione, della probabilità di ritrasmissione e della probabilità di errore complessiva se il canale binario è simmetrico ed ha probabilità di transizione  $p$ .

**Esercizio 6** Una sorgente di informazione produce con uguale probabilità quattro possibili messaggi  $m_1, m_2, m_3, m_4$ . A ognuno di questi un codificatore fa corrispondere una sequenza ordinata di simboli, secondo lo schema seguente:

$m_1 \Rightarrow 00$      $m_2 \Rightarrow 01$      $m_3 \Rightarrow 10$      $m_4 \Rightarrow 11$

Ciascuna sequenza viene poi inviata in un canale binario simmetrico con probabilità di transizione  $p$ . Nell'ipotesi che i simboli trasmessi siano statisticamente indipendenti e che la sequenza ricevuta sia  $00$ , calcolare la probabilità che sia stato trasmesso il messaggio  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Riportare quindi in grafico tali probabilità in funzione di  $p$  e discutere i valori ottenuti per  $p = 0; 1/2; 1$ .

$[p^2, p(1-p), (1-p)p, (1-p)^2]$