

Teoria dei Segnali
Diploma teledidattico
 Primo esonero – 16 febbraio 1998

Esercizio 1 Sia ξ la variabile casuale avente la densità di probabilità triangolare di figura 1. Si chiede di determinare:

- a) il valor massimo della funzione $f_\xi(x)$ in modo tale che sia una vera densità di probabilità
- b) il valor medio e la varianza di ξ
- c) le seguenti probabilità: $P\{\xi > 1\}$, $P\{|\xi| \leq 1\}$, $P\{|\xi| \leq 1 \cup \xi > 0\}$, $P\{|\xi| \leq 1 \cap \xi \leq 1/2\}$.

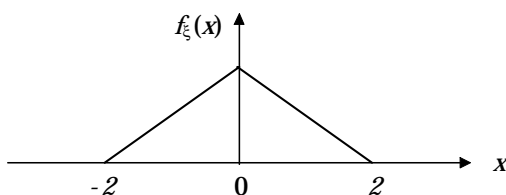


Figure 1: densità di probabilità della variabile casuale ξ .

Esercizio 2 Si consideri il sistema di trasmissione schematizzato nella figura 2

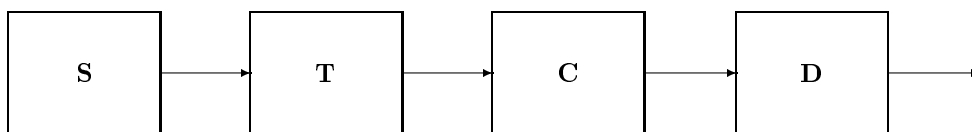


Figure 2: Sistema di trasmissione.

- La sorgente **S** genera i messaggi binari m_i ($i = 1, \dots, 6$) con le probabilità indicate nella tabella 1.

i	m_i	Probabilità
1	001	1/18
2	010	3/18
3	011	5/18
4	100	5/18
5	101	3/18
6	110	1/18

Table 1: Probabilità di emissione dei messaggi

- Il trasmettitore **T** invia i messaggi m_i ($i = 1, \dots, 6$) sul canale binario simmetrico (BSC) **C** trasmettendo sequenzialmente i 3 bit che costituiscono il messaggio. La probabilità di transizione del BSC vale $p = 0.2$.

- All'uscita del canale, il decisore **D** analizza ciascun messaggio ricevuto: se appartiene all'insieme $\{m_i\}_{i=1}^6$, lo considera valido e lo accetta, altrimenti lo scarta. Per ogni messaggio ricevuto, il decisore genera in uscita una variabile casuale η che assume i valori ± 1 seguendo la regola

$$\eta = \begin{cases} +1 & \text{se il messaggio ricevuto viene accettato} \\ -1 & \text{se il messaggio ricevuto viene scartato} \end{cases}$$

Si chiede di

- calcolare la probabilità di ricevere 110 oppure 101 sapendo che è stato trasmesso 100
- calcolare la probabilità di ricevere 000
- calcolare la probabilità che sia stato trasmesso 001 sapendo che è stato ricevuto 000;
- calcolare le probabilità dei seguenti eventi:

\mathcal{E} : “errore di trasmissione”
 \mathcal{C} : “corretta trasmissione”
 \mathcal{S} : “messaggio scartato”

- determinare la densità di probabilità, la funzione di distribuzione cumulativa, il valor medio e la varianza della variabile casuale η .

Esercizio 3 Classificare i seguenti segnali in segnali ad energia finita e segnali a potenza media finita e calcolarne l'energia e la potenza:

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t)e^{-\alpha t} & \alpha > 0 \\ y(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n s(t - nT) \end{aligned}$$

dove $u(t)$ è il gradino unitario e $s(t)$ è il segnale così definito ($\tau < T$):

$$s(t) = \begin{cases} A & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ A/2 & -T/2 \leq t < -\tau/2 ; \tau/2 < t \leq T/2 \end{cases}$$