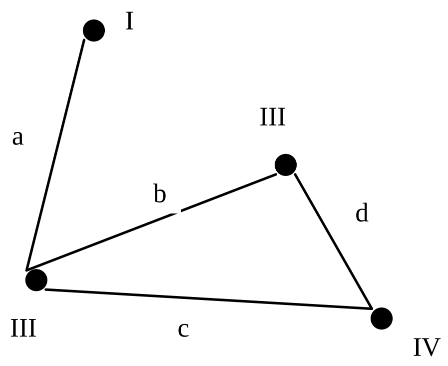
TEORIA DEI SEGNALI

4 Novembre 1994

Esercizio 1.

Una rete telefonica é formata da quattro terminali I, II, III, IV, connessi con 4 cavi *a,b,c,d* come in figura :



Sia p la probabilità che un utente trovi libero , e quindi disponibile , ogni collegamento (la disponibilità di ogni collegamento si supponga indipendente dallo stato degli altri e che ogni canale sia disponibile ad un solo utente per volta). Due terminali possono comunicare tra loro se e solo se esiste un percorso libero che porta dall'uno all'altro.
Calcolare , nel caso p=0.95 :

a) la probabilità P{A} che I e IV possano comunicare ;
b) la probabilità P{B} che II e III possano comunicare ;
c) la probabilità congiunta P{A,B} .

Discutere come varia P{A} nel caso in cui il cavo b venga collegato fra I e III .

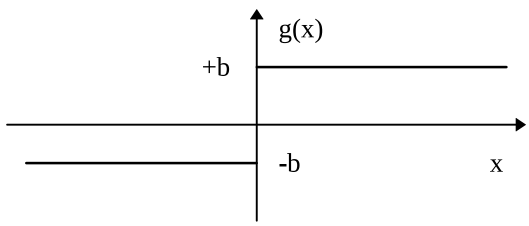
Esercizio 2 :

Sia ξ una variabile casuale con funzione densità di probabilità $f_\xi(x)$ data dalla seguente espressione:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} a(x+1)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots -1 \le x < 0 \\ 2a - a(x-1)^2 \ldots\ldots 0 \le x < 2 \\ a(x-3)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

- Calcolare il valore di a perché $f_\xi(x)$ sia effettivamente una funzione densità di probabilità .
- Calcolare $F_\xi(x)$ e tracciarne il grafico qualitativo.
- Calcolare valor medio μ_ξ e varianza σ_ξ^2 della variabile casuale ξ .

Sia $\eta = g(\xi)$ la variabile casuale ottenuta tramite una trasformazione "hard limiter " del tipo indicato in figura sulla variabile casuale ξ .



$$g(x) = \begin{cases} +\ b\ldots\ldots x \ \ge \ 0 \\ -\ b\ldots\ldots x \ < \ 0 \end{cases}$$

Scrivere l'espressione della funzione densità di probabilità $f_\eta(y)$ e calcolare il valore di b affinché ξ e η abbiano lo stesso valor medio .

Esercizio 3 :

- Dimostrare che se A e B sono eventi non disgiunti :

$$P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\} - P\{A \cap B\}$$

- Dimostrare il teorema di Probabilità Totale :

$$P\{B\} = \sum_{i=1}^{n} P\{B, A_i\}$$

- Dimostrare che la funzione densità di probabilità di una variabile casuale è sempre non negativa .