2° Esonero Teoria dei Segnali del 21 novembre 1994

Esercizio 1

E' dato un processo casuale:

$$y(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi)$$

dove

- $x(t)$ è un processo casuale in senso lato a media nulla e con densità spettrale di potenza $G_x(f)$ a banda limitata, cioè $G_x(f) = 0$ per $|f| > B$. Si supponga inoltre che $G_x(0) = 1$ e che
$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_x(f)\,df = 1$$
- $f_0 = 10B$
- φ è una variabile casuale uniformemente distribuita nell'intervallo $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$ e indipendente da $x(t)$.

1. Calcolare E{ x(t) } e E{ y(t) y(t+τ) } e verificare se il processo y(t) è stazionario in senso lato. L'espressione finale di $R_y(t, t+\tau)$ = E{ y(t) y(t+τ) } non deve contenere integrali e deve essere scritta in modo tale da evidenziare la relazione tra $R_x(\tau)$ e $R_y(t, t+\tau)$

2. Calcolare la densità spettrale di potenza $G_y(f)$. L'espressione finale di $G_y(f)$ non deve contenere integrali e deve mostrare la relazione tra $G_y(f)$ e $G_x(f)$. Tracciare qualitativamente il grafico di $G_y(f)$ nel caso B=1, quotando la scala delle ascisse.

3. Si supponga ora φ costante e pari a zero. Calcolare E{ $y^2(t)$ } e disegnare il grafico in funzione di t. Valutare il valore massimo che assume E{ $y^2(t)$ } esprimendo il risultato per mezzo di un valore numerico.

Esercizio 2

E' dato un sistema con relazione ingresso-uscita

$$y(t) = A + \int_{B}^{t+C} x(\tau)\,d\tau$$

Calcolare i valori di A, B, C che rendono il sistema lineare, invariante e casuale. Calcolare in questo caso la risposta all'impulso del sistema.

Esercizio 3

Un rumore gaussiano bianco $n_0(t)$ con densità spettrale di potenza $G_{n_0} = {N_0}/{2}$ passa attraverso un primo filtro con risposta all'impulso L'uscita attraversa un secondo filtro con risposta all'impulso . Un sistema non lineare fa quindi il quadrato dell'uscita.

Esercizio 4

Dimostrare il Teorema diParseval

$$\wp(x) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2\, dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$