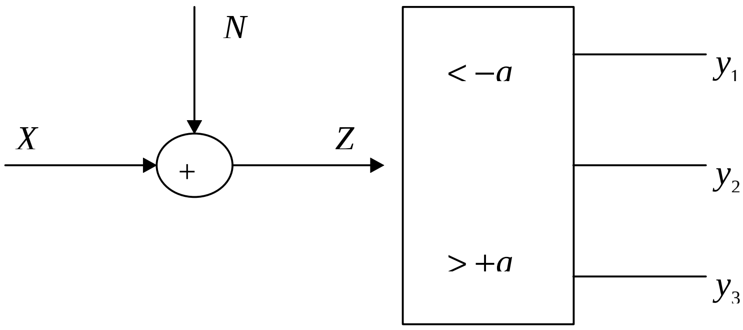
1° Esonero di Teoria dei Segnali del 12-1-96 - Recupero

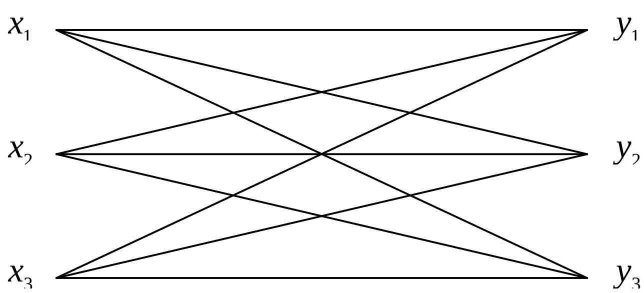
Esercizio 1

Sia dato il canale di comunicazione rappresentato in figura:



- X è una variabile casuale che può assumere con uguale probabilità i valori $x_1 = -2$, $x_2 = 0$ e $x_1 = +2$;
- N rappresenta il disturbo introdotto dal canale ed è una variabile casuale distribuita uniformemente tra -4/3 e 4/3;
- Il decisore a soglia produce in uscita 3 possibili vincoli y_1, y_2, y_3. In particolare, se l'ingresso del dispositivo è inferiore alla soglia -a, viene prodotto il simbolo y_1, se l'ingresso è superiore a +a viene prodotto il simbolo y_2 ed in ogni altro caso viene prodotto il simbolo y_3.

1. Determinare la densità di probabilità $f_Z(z)$ della variabile casuale presente all'ingresso del decisore e rappresentarne l'andamento.
2. Determinare il valore delle soglie $\pm$a del decisore perché i simboli y_1, y_2 e y_3 siano equiprobabili.
3. Scelto per a il valore ottenuto al punto precedente, caratterizzare il canale ternario discreto rappresentato qui di seguito perché sia equivalente al canale originario.



Esercizio 2

Un malvivente è stato catturato da una ferocissima banda rivale. Il capo della banda, amante della teoria delle probabilità, decide di essere magnanimo e, invece di ucciderlo subito, gli offre una possibilità di salvezza.

Viene preparato un mazzetto di carte contenente 4 assi, 3 regine e 3 re. L'ostaggio dovrà scegliere a caso tre carte e, dopo averle guardate, può decidere di rimetterne una nel mazzo, farlo mescolare, e scegliere una nuova carta.

Se dopo queste operazioni possiede un solo asso o non ne possiede nessuno, verrà ucciso in maniera lenta e dolorosa, se possiede due assi, goderà di una fine rapida e indolore, mentre se possiede tre assi gli verrà permesso di fuggire.

Nell'ipotesi che l'ostaggio agisca cercando di migliorare la sua situazione, quante possibilità ha di sopravvivere?

Esercizio 3

1. Indicare le condizioni necessarie perché N eventi siano statisticamente indipendenti.

2. Dimostrare che la varianza di una variabile casuale non può mai assumere valori negativi.

3. Sia X una variabile casuale. Indicare per quali condizioni

$$P\{x_1 < X < x_2\} \neq P\{x_1 \leq X \leq x_2\}$$