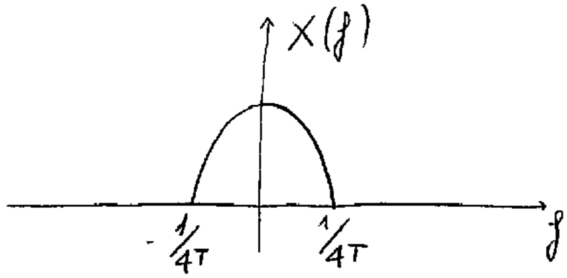
SOLUZIONI TEMA D'ESAME 05/07/05

TEORIA DEI SEGNALI

ESERCIZIO n. 1.

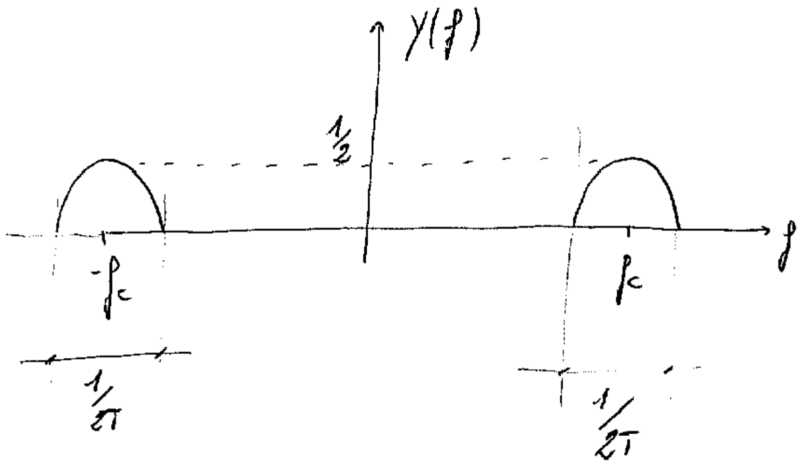
Dai dati si ricava che $X(f)$ si può rappresentare come:



a) $y(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$

$$Y(f) = X(f) * \left[\frac{1}{2}\delta(f-f_c) + \frac{1}{2}\delta(f+f_c) \right]$$

$$Y(f) = \frac{1}{2} X(f-f_c) + \frac{1}{2} X(f+f_c)$$



$$\boxed{\Delta f = 0 \; / \; \phi = 0}$$

b) Scriviamo il segnale all'uscita del primo moltiplicatore:

$$z(t) = y(t) \cdot L_I(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$$
$$= x(t) \cdot \cos^2(2\pi f_c t)$$

$$z(t) = x(t) \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(4\pi f_c t) \right]$$

Ricaviamo lo spettro ~~di~~ $Z(f)$.

$$Z(f) = \frac{X(f)}{2} + \frac{X(f - 2f_c)}{4} + \frac{X(f + 2f_c)}{4}$$

Lo spettro del segnale all'uscita del filtro può essere ricavato come:

$$Y_1(f) = Z(f) \cdot H(f)$$

dove $H(f)$ è la fz. di trasferimento del filtro.

Siccome $f_c \gg \frac{1}{4T}$, il secondo e il terzo termine di $Z(f)$ vengono tagliati.

$$\Rightarrow Y_1(f) = \frac{X(f)}{2} \Rightarrow y_1(t) = \frac{x(t)}{2}$$

(segnale nel punto 1)

Il segnale nel punto 2 sarà semplicemente:

$$y_2(t) = y_1^2(t) = \frac{x^2(t)}{4}$$

c)

Segnale nel punto 1, con $\Delta f = \frac{1}{8T}$ e $\phi = 0$

$$z(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) \cdot \cos(2\pi (f_c + \Delta f) t)$$

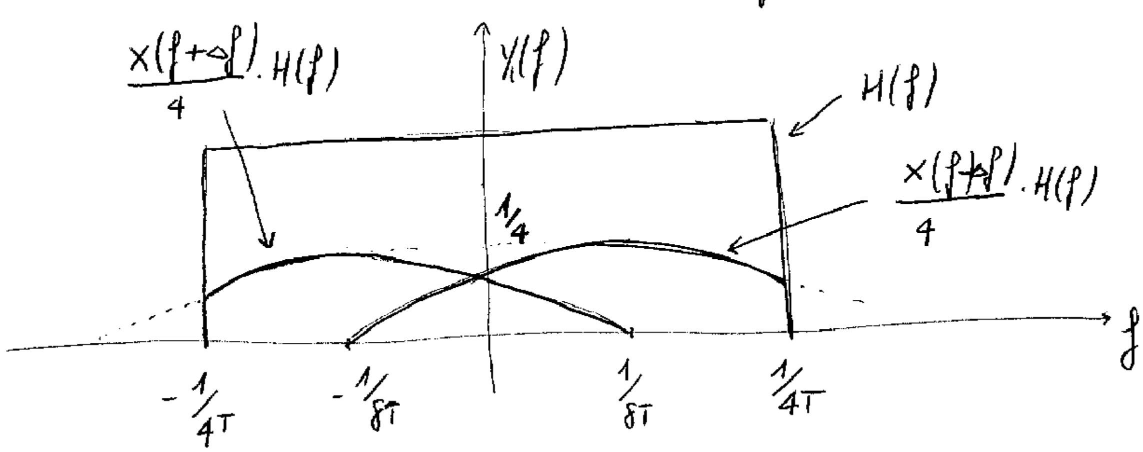
$$= x(t) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ \cos(-2\pi \Delta f t) + \cos(2\pi (2f_c + \Delta f) t) \right\}$$

$$= \frac{x(t)}{2} \cdot \cos(2\pi \Delta f t) + \frac{x(t)}{2} \cos(2\pi (2f_c + \Delta f) t)$$

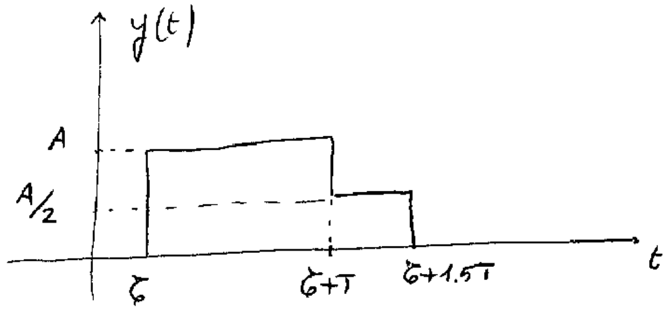
$$Z(f) = \frac{X(f)}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \delta(f - \Delta f) + \frac{1}{2} \delta(f + \Delta f) \right] +$$

$$+ \underbrace{\frac{X(f)}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \delta(f - 2f - \Delta f) + \frac{1}{2} \delta(f + 2f_c + \Delta f) \right]}_{\text{componente soppressa dal filtro}}$$

$$\Rightarrow \quad Y_1(f) = H(f) \cdot Z(f) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Spettro del segnale} \\ \text{nel punto 1} \end{array} \right\}$$



ESERCIZIO n. 2.



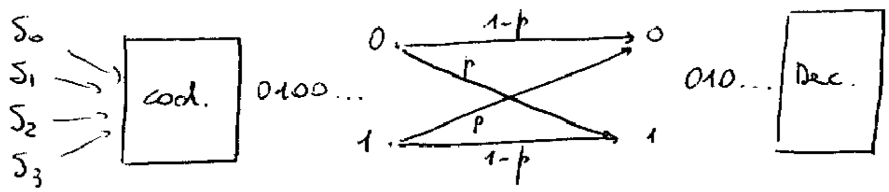
Il segnale può essere visto come la somma di 2 porte traslate, una di ampiezza A e traslata di $\left(\tau + \frac{T}{2}\right)$, l'altra di ampiezza $\frac{A}{2}$ e traslata di $\left(\tau + T + \frac{T}{4}\right) = \left(\tau + \frac{5}{4}T\right)$

$$y(t) = A \cdot p_T\left(t - \left(\tau + \frac{T}{2}\right)\right) + \frac{A}{2}\, p_{T/2}\left(t - \left(\tau + \frac{5}{4}T\right)\right)$$

Applicando le proprietà delle trasformate di Fourier si trova:

$$Y(f) = AT \cdot \mathrm{sinc}(fT) \cdot e^{-j2\pi\left(\tau + \frac{T}{2}\right)f} + \frac{AT}{4} \cdot \mathrm{sinc}\left(\pi f \frac{T}{2}\right) \cdot e^{-j2\pi\left(\tau + \frac{5}{4}T\right)f}$$

ESERCIZIO n. 3.



$P(R_{S_1} | T_{S_0})$? $P(R_{S_3} | T_{S_0})$?

Dalle tabelle si può scrivere che la probabilità di ricevere S_1, dato che è stato trasmesso S_0 è uguale alla probabilità di ricevere 01 dato che è stato trasmesso 00.

È possibile affermare che la trasmissione di ciascun bit è indipendente dalla precedente trasmissione

$\Rightarrow$

$$P(R_{S_1} | T_{S_0}) = P(R_{01} | T_{00}) = P(R_1 | T_0) \cdot P(R_0 | T_0) = (1-p)\, p$$

$$P(R_{S_1} | T_{S_0}) = 0{,}0196$$

Analogamente:

$$P(R_{S_3} | T_{S_0}) = P(R_{11} | T_{00}) = P(R_1 | T_0) \cdot P(R_1 | T_0) = p^2$$

$$P(R_{S_3} | T_{S_0}) = 0{,}0004$$

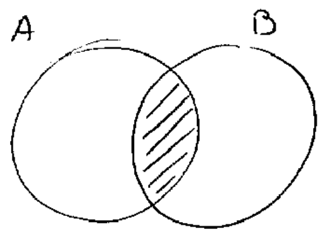
ESERCIZIO n.4

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Per definizione: $$P(A|B) \overset{\Delta}{=} \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) \overset{\Delta}{=} \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

ma $$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$



$$\Rightarrow P(B|A) \cdot P(A) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$