

Corso Teledidattico - (ANALISI) MATEMATICA I (A) - VERSIONE A

20 settembre 2003

Esercizio 1

a) La serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{7}{6n^3}$  converge :  VERO  FALSO perché

b) Si ha  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2}$  :  VERO  FALSO perché

♣ c) La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$  converge semplicemente:  VERO  FALSO perché

♣ d) La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$  converge assolutamente:  VERO  FALSO perché

## Esercizio 2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{3x-4}.$$

- a) Trovare il dominio, gli zeri e il segno di  $f$ .
- b) Calcolarne i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).
- c) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$ .

♣ d) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f'(x)$ . Dedurre l'equazione della tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = -3$ .

e) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$

### Esercizio 3

Data la funzione  $f(x) = \cos(2x) - \sqrt{1 - 4x^2}$

a) trovare il polinomio di Mac Laurin di grado 4 di  $f(x)$

♣ b) sfruttando il risultato precedente, calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{3x^4}$

#### Esercizio 4

E' data la funzione  $f(x) = \begin{cases} x - 6 & \text{se } x \leq 6 \\ \frac{2x-12}{x^2-9} & \text{se } x > 6. \end{cases}$

a) Dire se  $f(x)$  è continua e se è derivabile su  $\mathbf{R}$ .

b) Dire se ad  $f(x)$  è applicabile il teorema di Lagrange sull'intervallo  $[0, 8]$ .

c) Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione  $f(x)$  e l'asse delle  $x$ , per  $x$  che appartiene all'intervallo  $[0, 8]$ .

♣  $f)$  Calcolare l'integrale improprio  $\int_3^{+\infty} \frac{2x-12}{x^2-9} dx$ .