

(Analisi) Matematica I - 13 Novembre 2004

B

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x(\ln^2 x - 9)}$.

a) Calcolare $\int f(x) dx$ (si consiglia la sostituzione $\ln x = t$).

b) Trovare la primitiva della funzione $f(x)$ che passa per il punto $(1, 3)$.

♣ c) (solo per la Terza Facolta')

Calcolare l'integrale improprio $\int_{e^9}^{+\infty} f(x) dx$.

ESERCIZIO 3.

(a) Si enunci il Teorema di Lagrange.

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + bx + 1 & \text{per } -3 \leq x \leq 0 \\ -2x + a & \text{per } 0 < x \leq 1 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

si determinino i valori dei parametri a e b per i quali la funzione f verifica le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-3, 1]$.

ESERCIZIO 4. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + 6x^2) - \sqrt{1 + 6x^2} + 1$

a) Determinare lo sviluppo di MacLaurin di ordine 4 della funzione $f(x)$

b) Utilizzando il risultato precedente, dire che tipo di punto è il punto $x = 0$ per f (massimo, minimo relativo o flesso).

♣ Esercizio 5 (solo per la Terza Facolta')

a) Confrontare la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4^n \cdot n^2}$ con la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n}$ e dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4^n \cdot n^2}$

b) Applicando il criterio del rapporto, dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6n}{2^n}$

◇ Esercizio 6 (solo per Prima e Quarta Facolta')

Al Tour di Renania partecipano 54 ciclisti; vengono premiati solo i primi 10 arrivati.

a) Quante sono le possibili decine di vincitori, supponendo che tutti taglino il traguardo in momenti diversi?

b) Se Gimali e Bartondi tagliano nello stesso istante per primi il traguardo, mentre tutti gli altri tagliano il traguardo in momenti diversi, quante sono le possibili decine di vincitori?