

(Analisi) Matematica I - 13 Novembre 2004

A

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x(\ln^2 x - 4)}$.

a) Calcolare $\int f(x) dx$ (si consiglia la sostituzione $\ln x = t$).

b) Trovare la primitiva della funzione $f(x)$ che passa per il punto $(1, 2)$.

♣ c) (solo per la Terza Facolta')

Calcolare l'integrale improprio $\int_{e^6}^{+\infty} f(x) dx$.

Esercizio 2

Si consideri la funzione $f(x) = e^{\frac{3x-5}{x^2-1}}$.

- a) Trovare il dominio di f . Calcolarne i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti
- b) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di f .
- c) Disegnare un grafico qualitativo di f
- d) Trovare l'insieme $\text{Im}(f)$.

ESERCIZIO 3.

(a) Si enunci il Teorema di Lagrange.

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 - bx + 1 & \text{per } 0 < x \leq 3 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

si determinino i valori dei parametri a e b per i quali la funzione f verifica le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 3]$.

ESERCIZIO 4. Data la funzione $f(x) = x \sin 2x - \sqrt{1 + 4x^2} + 1$

a) Determinare lo sviluppo di MacLaurin di ordine 4 della funzione $f(x)$

b) Utilizzando il risultato precedente, dire che tipo di punto è il punto $x = 0$ per f (massimo, minimo relativo o flesso).

♣ Esercizio 5 (solo per la Terza Facolta')

a) Confrontare la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5^n \cdot n}$ con la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n}$ e dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5^n \cdot n}$

b) Applicando il criterio del rapporto, dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n^2 + 3n}$

◇ Esercizio 6 (solo per Prima e Quarta Facolta')

Al gran premio di Roarroadng partecipano 76 automobili; vengono premiati solo le prime 5 arrivate.

- a) Quante sono le possibili cinquine di vincitori, supponendo che tutti taglino il traguardo in momenti diversi?
- b) Se Schumchello e Barracher tagliano nello stesso istante per primi il traguardo, mentre tutti gli altri tagliano il traguardo in momenti diversi, quante sono le possibili cinquine di vincitori?