CORREZIONE DEL TEMA del 17 marzo 1995

<u>Esercizio 1</u>

$$f'(x) = \log\left(2 + x + x^2\right) - \log(8 + 4x)$$

Dominio : $\begin{cases} 2 + x + x^2 > 0 \\ 8 + 4x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \forall x \\ x > -2 \end{cases}$ D=]-2 , +∞ [

In D: $f(x) = \log \dfrac{2 + x + x^2}{8 + 4x}$

$\lim_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \log \dfrac{2 + x + x^2}{8 + 4x} = +\infty$

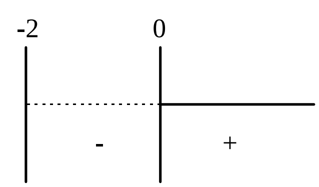
$\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{\log \dfrac{2 + x + x^2}{8 + 4x}}{x} = 0$

$x = -2$ asintoto verticale

$\nexists$ as. orizzontale ; $\nexists$ as. obliqui

$$f'(x) = \frac{1 + 2x}{2 + x + x^2} - \frac{4}{8 + 4x} = \frac{1 + 2x}{2 + x + x^2} - \frac{1}{2 + x} = \frac{x(x + 4)}{(2 + x)\left(2 + x + x^2\right)}$$

$f'(x) > 0$ per x < -4 o x > 0



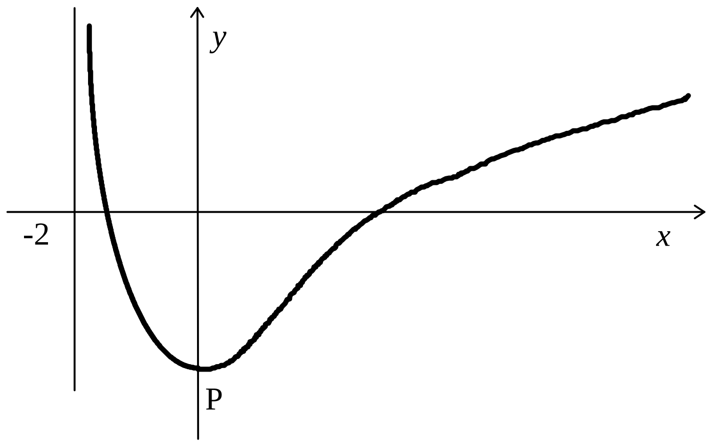
se -2<x<0 , f '(x)<0 → f decrescente
x>0 , f '>0 → f crescente
In x=0 f ' =0 , f ' cambia segno ⇒ x=0 minimo

∩ asse x : $\log\left(2 + x + x^2\right) - \log(8 + 4x) = 0$

$$\log\left(2 + x + x^2\right) = \log(8 + 4x) \Rightarrow 2 + x + x^2 = 8 + 4x \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

∩ asse y : P(0,-log4).

- P(0,-log4) è un punto di minimo assoluto.
- Poiché l'ordine di infinito di $f(x)$ (per x→ +∞) è < 1 da un certo punto in poi la funzione sarà concava.



Esercizio 2

a) :

$$f(x) = \log\left(2 + x + x^2\right) - \log(8 + 4x)$$

$$f(0) = \log 2 - \log 8 = \log 2 - 3\log 2 = -\log 2 = -\log 4$$

$$f'(0) = 0$$

$$f''(x) = \frac{(2x+4)(2+x)\left(2+x+x^2\right) - \left(x^2+4x\right)\left[2+x+x^2+(2+x)(1+2x)\right]}{}$$

$$f''(0) = 1$$

$$T_2(x) = f(0) + f'(0)\cdot x + \frac{f''(0)}{2}x^2 \Rightarrow T_2(x) = -\log 4 + \frac{x^2}{2}$$

b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x) - x^3 + \log 4}{x^2 - 3x^3 + x^4} = \lim_{x\to 0}\frac{-\log 4 + \frac{x^2}{2} - x^3 + \log 4}{x^2 - 3x^3 + x^4} = \lim_{x\to 0}\frac{x^2\left(\frac{1}{2} - x\right)}{x^2\left(1 - 3x + x^2\right)} = \frac{1}{2}$$

Esercizio 3

$$I = \int_0^1 2x\left(\text{arctg } x + e^{x^2}\right)dx = \int_0^1 2x \text{ arctg } x dx + \int_0^1 2xe^{x^2} dx$$

$$\int 2x \text{ arctg } x dx = x^2 \text{ arctg } x - \int x^2 \frac{1}{x^2+1} dx = x^2 \text{ arctg } x - \int \frac{x^2-1+1}{x^2+1} dx =$$

$$= x^2 \text{ arctg } x - \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = x^2 \text{ arctg } x - x + artgx + c_1$$

$$\int 2xe^{x^2} dx = e^{x^2} + c_2$$

$$I = \left[x^2 \text{ arctg } x - x + \text{arctg } x + e^{x^2}\right]_0^1 = 2 \text{ arctg} 1 + e - 2 = \frac{}{2} + e - 2$$

Esercizio 4

a) le targhe possibili sono :

L	L	N	N	N	L	L

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
26 26 10 10 10 26 26
cioè : $26^4 \cdot 10^3$

b) Le targhe possibili adesso sono:

L	L	1	3	N	L	L

oppure

L	L	N	1	3	L	L

cioè : $26^4 \cdot 10 + 26^4 \cdot 10 = 26^4 \cdot 20$.