

(Analisi) Matematica I - 7 settembre 2006

B

**Esercizio 1**

E' data la funzione

$$f(x) = 5x^3 e^{-x^4} - \frac{9}{x^2 + 4x + 5}.$$

a) Calcolare l' integrale indefinito  $\int f(x) dx$ .

♣b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio  $\int_{-1}^{+\infty} f(x) dx$ .

**ESERCIZIO 2.** Data la funzione  $f(x) = (1 - 2x)e^{-x^2}$ :

- (a) determinare il dominio di  $f(x)$ , i limiti agli estremi di tale dominio ed eventuali asintoti;
- (b) determinare gli intervalli di monotonia di  $f(x)$ ; trovare gli eventuali punti di estremo e classificarli; determinare l'insieme im  $f$ ;
- (c) tracciare un grafico qualitativo di  $f(x)$ , tenendo conto di tutte le informazioni ottenute nei punti precedenti;

- (d) **SENZA FARE CALCOLI ALGEBRICI**, ma sfruttando le informazioni precedenti, determinare tutti i valori  $\lambda \in \mathbf{R}$  per cui l'equazione  $f(x) = \lambda$ ,  $x \in \mathbf{R}$ :
- i) non ammette soluzioni;
  - ii) ammette una sola soluzione;
  - iii) ammette due soluzioni.

- (e) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine 4 della funzione  $f(x)$ .

### ESERCIZIO 3.

(a) Dare le definizioni di continuità e di derivabilità per una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$ .  
continuità:

derivabilità:

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(1-k)x} & \text{se } x < 0 \\ 2k(x+1)^2 - \frac{3}{2}x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

( $b_1$ ) trovare i valori di  $k \in \mathbf{R}$  in modo che  $f(x)$  risulti continua in  $x = 0$ ;

( $b_2$ ) dire se, per i valori di  $k \in \mathbf{R}$  trovati in ( $b_1$ ), la funzione  $f(x)$  risulta derivabile in  $x = 0$ .

◇ **Esercizio 4** (*solo per gli alunni della Prima e Quarta Facoltà*)

Nel campionato di calcio si affrontano 15 coppie di squadre; gli scommettitori giocano le usuali "schedine"; i possibili punteggi sono, come al solito, 1 - X - 2, nei casi, rispettivamente, di vittoria della squadra di casa, di pareggio, e di vittoria della squadra ospite.

a) Dire, motivando la risposta, quante sono tutte le possibili schedine (di una sola colonna).

b) Un indovino afferma che domenica 1 ottobre nessuna squadra di calcio vincerà fuori casa, e ci sarà solo un pareggio.

Se io gli credo, quante sono le possibili schedine (di una sola colonna) da giocare per quella domenica?

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Dire che cosa è una serie geometrica e che cosa si può affermare sul suo comportamento.

(B) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{3k+2}{k^2+2} \right)^n$$

(dove  $k$  è un parametro reale):

(1) trovare i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la serie converge;

(2) trovare (se esistono) i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la somma della serie vale  $\frac{3}{4}$ .