

(Analisi) Matematica I - 7 settembre 2006

A

Esercizio 1

E' data la funzione

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + 2x + 2} - 8x^2 e^{-x^3}.$$

a) Calcolare l' integrale indefinito $\int f(x) dx$.

♣b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$.

- (d) **SENZA FARE CALCOLI ALGEBRICI**, ma sfruttando le informazioni precedenti, determinare tutti i valori $\lambda \in \mathbf{R}$ per cui l'equazione $f(x) = \lambda$, $x \in \mathbf{R}$:
- i) non ammette soluzioni;
 - ii) ammette una sola soluzione;
 - iii) ammette due soluzioni.

- (e) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine 4 della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 3.

(a) Dare le definizioni di continuità e di derivabilità per una funzione $f(x)$ in un punto x_0 .
continuità:

derivabilità:

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(k+1)x} & \text{se } x \leq 0 \\ k(x-1)^2 + x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(b_1) trovare i valori di $k \in \mathbf{R}$ in modo che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$;

(b_2) dire se, per i valori di $k \in \mathbf{R}$ trovati in (b_1), la funzione $f(x)$ risulta derivabile in $x = 0$.

◇ **Esercizio 4** (*solo per gli alunni della Prima e Quarta Facoltà*)

Nel campionato di calcio si affrontano 15 coppie di squadre; gli scommettitori giocano le usuali "schedine"; i possibili punteggi sono, come al solito, 1 - X - 2, nei casi, rispettivamente, di vittoria della squadra di casa, di pareggio, e di vittoria della squadra ospite.

a) Dire, motivando la risposta, quante sono tutte le possibili schedine (di una sola colonna).

b) Un indovino afferma che domenica 1 ottobre nessuna squadra di calcio vincerà in casa, e ci sarà solo un pareggio.

Se io gli credo, quante sono le possibili schedine (di una sola colonna) da giocare per quella domenica?

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Dire che cosa è una serie geometrica e che cosa si può affermare sul suo comportamento.

(B) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{k+1}{k^2+1} \right)^n$$

(dove k è un parametro reale):

(1) trovare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la serie converge;

(2) trovare (se esistono) i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la somma della serie vale $\frac{5}{2}$.