

(Analisi) Matematica I - 25 marzo 2006

B

**Esercizio 1**

E' data la funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt[4]{(1 - \sin x)^3}} - \frac{7 \ln x}{\sqrt{x^5}}$$

1. Calcolare l' integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .

2. ♣ (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x^5}} dx$ .



d) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$

e) Trovare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto in cui il grafico della funzione interseca l'asse delle  $y$

f) Provare (facendo riferimento ad opportune proprietà teoriche) che  $f$  assume tutti i valori compresi tra 0 e 100. Dire se  $f$  assume tutti i valori compresi tra -100 e 0.

### Esercizio 3

Data la funzione  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{1 - x}$

il polinomio di Mac Laurin di grado 2 di  $f(x)$  è  $T_2(x) = \frac{1}{2}x^2$

perché:

$f(x)$  ha un punto di minimo in  $x = 0$

perché:

il polinomio di Taylor di grado 2 di  $f(x)$  centrato in  $x_0 = 2\pi$  coincide con  $T_2(x)$

perché:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 0$

perché:

◇ **Esercizio 4** (*solo per gli alunni della Prima e Quarta Facoltà*)

Il signor Cerutti possiede 28 libri (tutti diversi), di cui 9 rilegati in cuoio blu, 5 rilegati in cuoio marrone e 14 rilegati in cuoio giallo.

Li vuole disporre su un unico ripiano.

Indicare **motivando opportunamente le risposte** in quanti modi diversi può disporre i libri sul ripiano se:

- a) non si pone restrizioni
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- b) vuole che i libri dello stesso colore siano tutti vicini, ma non gli interessa distinguere tra loro un libro da un altro dello stesso colore
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- c) vuole che i libri dello stesso colore siano tutti vicini, ma vuole però distinguere tra loro i libri dello stesso colore.

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Enunciare i criteri noti per la convergenza delle serie a termini di segno positivo.

(B) E' data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^n}{6^n + 7}$$

Allora tale serie:

(1) è una maggiorante della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^n}{6^n}$

VERO  FALSO perché:

(2) converge e la sua somma è maggiore di 6

VERO  FALSO perché:

(3) se  $a_n = \frac{5^n}{6^n + 7}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{5}{6}$

VERO  FALSO perché: