

(Analisi) Matematica I - 25 marzo 2006

A

**Esercizio 1**

E' data la funzione

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt[5]{(1 + \cos x)^2}} - \frac{2 \ln x}{\sqrt{x^3}}$$

1. Calcolare l' integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .

2. ♣ (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx$ .



d) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$

e) Trovare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto in cui il grafico della funzione interseca l'asse delle  $y$

f) Provare (facendo riferimento ad opportune proprietà teoriche) che  $f$  assume tutti i valori compresi tra 0 e 50. Dire se  $f$  assume tutti i valori compresi tra -50 e 0.

### Esercizio 3

Data la funzione  $f(x) = \frac{\sin x}{1+x}$

il polinomio di Mac Laurin di grado 2 di  $f(x)$  è  $T_2(x) = x - x^2$

perché:

$f(x)$  ha un punto di massimo in  $x = 0$

perché:

il polinomio di Taylor di grado 2 di  $f(x)$  centrato in  $x_0 = 2\pi$  coincide con  $T_2(x)$

perché:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = 0$

perché:



♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Enunciare i criteri noti per la convergenza delle serie a termini di segno positivo.

(B) E' data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n + 2}.$$

Allora tale serie:

(1) è una maggiorante della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$

VERO  FALSO perché:

(2) converge e la sua somma è maggiore di 3

VERO  FALSO perché:

(3) se  $a_n = \frac{2^n}{3^n + 2}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{2}{3}$

VERO  FALSO perché: