

(Analisi) Matematica I (A) - 24 Gennaio 2004

B

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \frac{3}{6x^2 - x^3} - 2xe^{-3x}$.

a) Trovare tutte le primitive della funzione $f(x)$.

♣ b) Calcolare l'integrale improprio $\int_7^{+\infty} f(x) dx$.

d) Disegnare un grafico qualitativo di f

e) Dire se la funzione ha punti di non derivabilità.

f) Enunciare il teorema di Rolle.

Dire se è applicabile il teorema di Rolle alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

♣ g) Provare che la funzione $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-1}}$ non coincide con $f(x)$.
A partire dal grafico di $f(x)$ disegnare il grafico di $g(x)$.

ESERCIZIO 3.

Data la funzione $f(x) = e^{3x} - \arctan 3x - 1$

a) Determinare lo sviluppo di MacLaurin di ordine 3 della funzione $f(x)$

♣ b) Utilizzando il risultato precedente, calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x - 5x^2}$.

Esercizio 4

Sia $a_n = \frac{(-1)^n}{2n \cdot 3^n}$. Allora:

a) la serie $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge VERO FALSO perché

b) la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non converge perché $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{2n \cdot 3^n}$ è oscillante. VERO FALSO perché

c) la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ converge VERO FALSO perché

♣ d) la serie $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ è una minorante della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ VERO FALSO perché