

(Analisi) Matematica I (A) - 24 Gennaio 2004

A

**Esercizio 1**

E' data la funzione  $f(x) = \frac{2}{x^3 - 5x^2} + 3xe^{-2x}$ .

a) Trovare tutte le primitive della funzione  $f(x)$ .

♣ b) Calcolare l'integrale improprio  $\int_6^{+\infty} f(x) dx$ .

**Esercizio 2**

Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}}$ .

- a) Trovare il dominio, gli zeri e il segno di  $f$
- b) Calcolarne i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti
- c) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$ .

d) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$

e) Dire se la funzione ha punti di non derivabilità.

f) Enunciare il teorema di Rolle.

Dire se è applicabile il teorema di Rolle alla funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ .

♣ g) Provare che la funzione  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-4}}$  non coincide con  $f(x)$ .  
A partire dal grafico di  $f(x)$  disegnare il grafico di  $g(x)$ .

### ESERCIZIO 3.

Data la funzione  $f(x) = \arctan 2x - e^{2x} + 1$

a) Determinare lo sviluppo di MacLaurin di ordine 3 della funzione  $f(x)$

♣ b) Utilizzando il risultato precedente, calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{3x^2 - x}$ .

### Esercizio 4

Sia  $a_n = \frac{(-1)^n}{3n \cdot 4^n}$ . Allora:

a) la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  converge  VERO  FALSO perché

b) la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  non converge perché  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{3n \cdot 4^n}$  è oscillante.  VERO  FALSO perché

c) la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$  converge  VERO  FALSO perché

♣ d) la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  è una minorante della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$   VERO  FALSO perché