

(Analisi) Matematica I - 22 Maggio 2004

B

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \frac{5x - 9}{x^3 - 9x} - x^2 e^{-x^3}$.

a) Calcolare l'integrale $\int f(x) dx$.

♣ b) Calcolare l' integrale improprio $\int_4^{+\infty} f(x) dx$.

Esercizio 2

Si consideri la funzione $f(x) = \ln(2x - 3) - \ln x + x$

a) Trovare il dominio di $f(x)$, calcolare i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti

b) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di f

♣ c) Calcolare la derivata seconda, gli intervalli di convessità, gli eventuali punti di flesso di f

d) Tracciare un grafico qualitativo di f

e) Enunciare il teorema di Lagrange.

Dire se il teorema di Lagrange è applicabile alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[1, 4]$.

♣ f) Utilizzando i risultati precedenti, provare che l'equazione $f(x) = 0$ ha una sola soluzione.

Esercizio 3

- a) Enunciare il criterio del confronto per la convergenza delle serie a termini di segno positivo.

Applicando il criterio del confronto, dire se la serie $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\ln(n-1)}$ converge

- ♣ b) Enunciare il criterio di Leibniz per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

Dopo aver provato che , $\forall n > 1$, si ha sempre $\ln(n-1) < n$, dire se la serie $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n-1)}$ converge.

Esercizio 4

- a) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di una generica funzione $f(x)$ centrato in un punto x_0 , e dire sotto quali condizioni per $f(x)$ e per x_0 tale polinomio si può scrivere.

- b) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione $g(x) = \ln(\sin x)$ centrato nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

- ♣ c) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della curva $g(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = \frac{\pi}{4}$.