

(Analisi) Matematica I - 22 Maggio 2004

A

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \frac{9x - 2}{x^3 - 4x} - xe^{-x^2}$.

a) Calcolare l'integrale $\int f(x) dx$.

♣ b) Calcolare l' integrale improprio $\int_3^{+\infty} f(x) dx$.

Esercizio 2

Si consideri la funzione $f(x) = \ln x - \ln(3x - 5) - x$

a) Trovare il dominio di $f(x)$, calcolare i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti

b) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di f

♣ c) Calcolare la derivata seconda, gli intervalli di convessità, gli eventuali punti di flesso di f

d) Tracciare un grafico qualitativo di f

e) Enunciare il teorema di Lagrange.

Dire se il teorema di Lagrange è applicabile alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[2, 4]$.

♣ f) Utilizzando i risultati precedenti, provare che l'equazione $f(x) = 0$ ha una sola soluzione.

Esercizio 3

- a) Enunciare il criterio del rapporto per la convergenza delle serie a termini di segno positivo.

Applicando il criterio del rapporto, dire se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$ converge

- ♣ b) Enunciare il criterio di Leibniz per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

Dire se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$ converge.

Esercizio 4

- a) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di una generica funzione $f(x)$ centrato in un punto x_0 , e dire sotto quali condizioni per $f(x)$ e per x_0 tale polinomio si può scrivere.

- b) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione $g(x) = \ln(\cos x)$ centrato nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

- ♣ c) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della curva $g(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = \frac{\pi}{4}$.