

(Analisi) Matematica I - 21 maggio 2005

A

Esercizio 1

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\frac{x}{\sqrt{(x^2 + 5)^3}} - 3x^2 e^x \right) dx.$$

♣ b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2 + 5)^3}} dx.$$

Esercizio 2

E' data la funzione:

$$f(x) = \ln \frac{x}{x-2} + x.$$

- a) Trovarne il dominio, i limiti agli estremi del dominio, gli eventuali asintoti.
- b) Calcolarne la derivata prima di f , studiarne gli zeri e il segno; indicarne gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (relativi e assoluti).
- c) Tracciare un grafico qualitativo di f .
- d) Dire se $f(x)$ è suriettiva

◇ **Esercizio 4** (solo per gli alunni della Prima e Quarta Facoltà)

Una casa discografica ha prodotto duecento CD di cui sette sono difettosi.

1. In quanti modi si possono formare scatole contenenti cinque CD qualunque?
2. In quanti modi si possono formare scatole contenenti cinque CD non difettosi?
3. In quanti modi si possono formare scatole contenenti cinque CD di cui almeno uno sia difettoso?

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

E' data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{a}{1+a^2} \right)^n$$

dove $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Posto $a = 1$, dire se la serie converge.
- (b) Posto $a = 3$, dire se la somma della serie vale 5.
- (c) Se $-2 \leq a \leq 0$, dire se la serie converge.