

(Analisi) Matematica I - 21 luglio 2006

A

Esercizio 1

E' data la funzione

$$\int \left(\frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 1}} - 8 \ln(x^2 - 3x + 2) \right) dx.$$

a) Calcolare l' integrale indefinito $\int f(x)dx$.

♣b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) Calcolare l'integrale improprio $\int_3^{+\infty} \frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 1}} dx$.

(e) Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine 2 della funzione $f(x)$ centrato nel punto $x = 1$.

ESERCIZIO 3.

(a) Enunciare il Teorema di Rolle

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + kx & \text{per } -2 \leq x \leq 0 \\ 2x + h\sqrt{x^3} & \text{per } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

trovare (se esistono) i valori di $h, k \in \mathbb{R}$ in modo che siano soddisfatte le ipotesi del Teorema di Rolle per $f(x)$, nell'intervallo $[-2, 1]$;

◇ **Esercizio 4** (*solo per gli alunni della Prima e Quarta Facoltà*)

Un'indagine statistica sull'elenco telefonico della città di Scarsettino evidenzia che i cognomi degli abbonati rispettano queste regole:

- sono formati da un numero minimo di 2 e massimo di 5 lettere (dell'alfabeto inglese di 26 lettere)
- non ci sono lettere ripetute
- nessun cognome inizia con una delle 5 vocali né termina con la lettera X
- la penultima lettera non è mai una Y

Quanti possono essere al massimo gli abbonati telefonici della città di Scarsettino?

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Enunciare i criteri noti per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

(B) Di una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ si sa che $0 \leq a_n < 5^{-n}$.

(1) Provare che $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge.

(2) Sia $S = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$. Provare che $0 \leq S < 2$.

(3) Dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[(-1)^n a_n + \frac{1}{n^3} \right]$.