

(Analisi) Matematica I - 20 Marzo 2004

B

**Esercizio 1**

E' data la funzione  $f(x) = x \ln(x^2 - 6x + 5)$ .

a) Trovare tutte le primitive della funzione  $f(x)$ .

b) Enunciare il teorema della media integrale.

c) Dire se il teorema enunciato è applicabile alla funzione  $f(x) = x \ln(x^2 - 6x + 5)$  nell'intervallo  $[2, 4]$ .

### Esercizio 2

Si consideri la funzione  $f(x) = \frac{(x+3)^2}{\ln(x+3)}$

- a) Trovare il dominio e il segno di  $f$
- b) Calcolarne i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti
- c) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$
- ♣ d) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f'(x)$  (si consiglia la sostituzione  $x+3 = t$ )

e) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$

f) Trovare  $\text{Im}(f)$  (l'insieme immagine di  $f$ )

♣ g) Dire per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  l'equazione  $f(x) = k$  **ha soluzioni**.

♣ **ESERCIZIO 3.**

Calcolare i seguenti integrali impropri

a)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

b)  $\int_2^7 \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} dx$

#### Esercizio 4

a) Spiegare (ricorrendo ad apposite proprietà) perché la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 7n}$  converge

b) Spiegare (ricorrendo ad apposite proprietà) perché la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{5 \log n}$  diverge

c) Calcolare  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$

#### Esercizio 5

E' data la funzione  $f(x) = 2 \ln(1 + 6x^2) - 3 \arctan 4x + 4 \sin 3x$ .

a) Trovare il polinomio di MacLaurin di ordine 3 di  $f(x)$

♣ b) Considerata la funzione  $g(x) = f(x) + kx^2$  (dove  $k$  è un numero reale), dire quali valori deve assumere  $k$  affinché il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^2}$  dia come risultato un numero finito diverso da zero.