

(Analisi) Matematica I - 20 Marzo 2004

A

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = x \ln(x^2 - 6x + 8)$.

a) Trovare tutte le primitive della funzione $f(x)$.

b) Enunciare il teorema della media integrale.

c) Dire se il teorema enunciato è applicabile alla funzione $f(x) = x \ln(x^2 - 6x + 8)$ nell'intervallo $[0, 1]$.

Esercizio 2

Si consideri la funzione $f(x) = \frac{(x+2)^2}{\ln(x+2)}$

- a) Trovare il dominio e il segno di f
- b) Calcolarne i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti
- c) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di f
- ♣ d) Calcolare $\lim_{x \rightarrow -2^+} f'(x)$ (si consiglia la sostituzione $x+2 = t$)

e) Disegnare un grafico qualitativo di f

f) Trovare $\text{Im}(f)$ (l'insieme immagine di f)

♣ g) Dire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione $f(x) = k$ **non ha** soluzioni.

♣ **ESERCIZIO 3.**

Calcolare i seguenti integrali impropri

a) $\int_{\frac{1}{2}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

b) $\int_1^5 \frac{1}{\sqrt[4]{x-1}} dx$

Esercizio 4

a) Spiegare (ricorrendo ad apposite proprietà) perché la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$ converge

b) Spiegare (ricorrendo ad apposite proprietà) perché la serie $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} - 5}$ diverge

c) Calcolare $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$

Esercizio 5

E' data la funzione $f(x) = 2 \arctan 5x - 5 \sin 2x - 3 \ln(1 + 2x^2)$.

a) Trovare il polinomio di MacLaurin di ordine 3 di $f(x)$

♣ b) Considerata la funzione $g(x) = f(x) + kx^2$ (dove k è un numero reale), dire quali valori deve assumere k affinché si abbia $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^2} = 0$.