

(Analisi) Matematica I - 19 novembre 2005

B

**Esercizio 1**

Data la funzione

$$f(x) = 4x \ln(x^2 - 9) + \frac{7x}{(x^2 - 16)^2}$$

a) Calcolare  $\int f(x) dx$

♣ b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) calcolare l'integrale improprio

$$\int_8^{+\infty} \frac{7x}{(x^2 - 16)^2} dx.$$

## Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+3}$$

(a) determinare il dominio di  $f(x)$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;

(b) ♣ (solo per gli alunni della Terza Facoltà) trovare gli zeri di  $f(x)$ ;

(c) determinare la derivata della funzione  $f(x)$ , gli intervalli di monotonia di  $f(x)$  e gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$ ;

(d) determinare la derivata seconda della funzione  $f(x)$ , gli intervalli di convessità e concavità di  $f(x)$  e gli eventuali punti di flesso di  $f$ ;

(e) tracciare il grafico di  $f(x)$ .

(f) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 di  $f(x)$  centrato nel punto  $x_0 = 6$ .

### Esercizio 3

- (a) Enunciare i teoremi del confronto sui limiti che si conoscono (in particolare il teorema del doppio confronto).

- (b) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione tale che  $3 - 4x^2 \leq f(x) \leq 6 - 4x^2$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .

Applicando i teoremi del confronto, provare che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  e che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{5x^3} = 0$ .



♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Enunciare il criterio del rapporto per la convergenza delle serie a termini positivi.

(B) La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{6^n \cdot n}$

(a) è maggiorata dalla serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{9^n}$

VERO     FALSO     perché:

(b) è una maggiorante della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$

VERO     FALSO     perché:

(c) converge (per il criterio del confronto)

VERO     FALSO     perché:

(d) diverge, perché è una minorante della serie divergente

VERO     FALSO     perché:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$$