

(Analisi) Matematica I - 19 novembre 2005

A

Esercizio 1

Data la funzione

$$f(x) = \frac{5x}{(25 - x^2)^3} - 3x \ln(x^2 - 4)$$

a) Calcolare $\int f(x) dx$

♣ b) (solo per gli alunni della Terza Facoltà) calcolare l'integrale improprio

$$\int_8^{+\infty} \frac{5x}{(25 - x^2)^3} dx.$$

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+5}$$

(a) determinare il dominio di $f(x)$, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;

(b) ♣ (solo per gli alunni della Terza Facoltà) trovare gli zeri di $f(x)$;

(c) determinare la derivata della funzione $f(x)$, gli intervalli di monotonia di $f(x)$ e gli eventuali punti di massimo e minimo di f ;

(d) determinare la derivata seconda della funzione $f(x)$, gli intervalli di convessità e concavità di $f(x)$ e gli eventuali punti di flesso di f ;

(e) tracciare il grafico di $f(x)$.

(f) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 di $f(x)$ centrato nel punto $x_0 = 4$.

Esercizio 3

- (a) Enunciare i teoremi del confronto sui limiti che si conoscono (in particolare il teorema del doppio confronto).

- (b) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $4x - 1 \leq f(x) \leq 4x + 1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Applicando i teoremi del confronto, provare che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ e che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{4x} = 1$.

♣ **Esercizio 5** (solo per gli alunni della Terza Facoltà)

(A) Enunciare il criterio del confronto per la convergenza delle serie a termini positivi.

(B) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5^n \cdot n}$

(a) è maggiorata dalla serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{8^n}$

VERO FALSO perché:

(b) è una maggiorante della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$

VERO FALSO perché:

(c) converge (per il criterio del rapporto)

VERO FALSO perché:

(d) diverge, perché è una minorante della serie divergente

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$$

VERO FALSO perché: