

(Analisi) Matematica I - 17 luglio 2004

Esercizio 1

a) Enunciare una condizione necessaria per la convergenza delle serie numeriche.

b) Dire se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$ converge.

c) Enunciare il criterio di Leibniz per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

d) Dire se la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ converge.

♣ e) Dire che cosa si intende per serie geometrica di ragione q e discuterne la convergenza al variare di $q \in \mathbb{R}$.

♣ f) Dire se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{8^n}$ converge e, in caso affermativo, calcolarne la somma.

f) Tracciare un grafico qualitativo di f

g) Enunciare il teorema di Rolle.

Dire se il teorema di Rolle è applicabile alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[1, e]$.

h) Trovare l'area della regione finita di piano compresa tra il grafico di $f(x)$ e l'asse delle ascisse.

Esercizio 3

E' data la funzione $f(x) = \frac{x}{(4-x^2)^3}$.

a) Calcolare la media integrale di $f(x)$ sull'intervallo $[0, \sqrt{3}]$.

♣ b) Calcolare l' integrale improprio $\int_{\sqrt{5}}^{+\infty} f(x) dx$.

Esercizio 4

a) Scrivere il polinomio di MacLaurin di ordine 3 della funzione $f(x) = 2 \sin x - \sin(2x)$, e dedurne che tipo di punto è per $f(x)$ il punto $x = 0$.

b) Trovare il polinomio di MacLaurin di ordine 3 della funzione $g(x) = 2e^x - 2 - 2x - x^2$.

♣ c) Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$.