



**ESERCITAZIONE 10**

**Macchine idrauliche.**

Per una macchina idraulica le espressioni fondamentali della conservazione dell'energia e della portata in massa si possono riscrivere tenendo presente che il fluido in esame si può considerare incomprimibile e che i fenomeni termici hanno secondaria importanza: l'unica forma interessante dell'equazione dell'energia è quella in forma meccanica:

$$(10.a) \quad \pm L_i = \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta E_c + \Delta E_g + (\Delta E_w) + L_w$$

nella quale il segno “-“ si riferisce alla convenzione delle macchine motrici mentre il “+” si riferisce alla convenzione delle macchine motrici.

In analogia all'entalpia totale nell'ambito delle macchine idrauliche è possibile definire l' *altezza totale* o *carico totale* H:

$$(10.b) \quad H^0 = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g}$$

**TURBINE** – Una turbina idraulica sfrutta l'energia posseduta dall'acqua in ingresso per convertirla in lavoro meccanico. Di solito tale energia proviene dal dislivello esistente tra due serbatoi. Indichiamo con a e b le condizioni dell'acqua nei serbatoi, con 1 quelle all'ingresso della macchina e con 2 quelle allo scarico. Applicando l'equazione (10.a) prima tra a e b e poi tra 1 e 2, tenuto conto della definizione (10.b), otteniamo:

$$(10.c) \quad \begin{aligned} L_i &= g(H_a^0 - H_b^0) - L_w = gH_d - L_w \\ L_i &= g(H_1^0 - H_2^0) - L_{w,t} = gH_u - L_{w,t} \end{aligned}$$

dove  $H_d$  è il carico totale o disponibile ed è praticamente uguale alla differenza di quota,  $H_u$  è il carico utile,  $L_w$  rappresenta le perdite nel loro complesso (macchina + tubazioni) mentre  $L_{w,t}$  rappresenta le perdite solo nella macchina. Le perdite nei condotti in regime turbolento pienamente sviluppato si possono assumere come proporzionali al quadrato della portata.

Dalla (10.c) si ricava l'espressione del rendimento idraulico:

$$(10.d) \quad h_y = \frac{L_i}{L_i + L_{w,t}} = \frac{L_i}{gH_u}$$

Per il calcolo della potenza utile fornita dalla macchina bisogna tenere presente le perdite di natura meccanica e volumetrica (portata che sfugge) per cui abbiamo:

$$(10.e) \quad P_u = \eta_o \eta_v \eta_y \rho g Q H_u$$

in cui  $\eta_o$  è il rendimento organico,  $\eta_v$  quello volumetrico ed  $\eta_y$  quello idraulico. Il prodotto dei tre rendimenti rappresenta il rendimento globale della macchina e si indica con  $\eta_t$ .



**POMPE** – Le pompe assorbono energia meccanica da un albero e la trasferiscono al fluido: tale energia può servire ad elevare la quota del liquido oppure a vincere le resistenze dovute all'attrito nel caso di un circuito, nel quale i punti a e b coincidono. Ripercorrendo le definizioni viste nel caso delle turbine, adottando la convenzione delle macchine operatrici e tenendo presente che l'attrito fa aumentare il lavoro assorbito rispetto al caso ideale otteniamo le relazioni seguenti:

$$L_i = g(H_b^0 - H_a^0) + L_w = gH_t + L_w$$

$$L_i = g(H_2^0 - H_1^0) + L_{w,p} = gH_u + L_{w,p}$$

$$L_i = \frac{1}{h_y} gH_u$$

$$P_{ass} = \frac{1}{h_o h_y} gQH_u$$

$H_t$  viene detta prevalenza totale,  $H_u$  è la prevalenza manometrica. Anche in questo caso possiamo unire l'effetto dei tre rendimenti in un rendimento globale della pompa  $\eta_p$ .

**SIMILITUDINE FLUIDODINAMICA** – Due macchine idrauliche geometricamente simili saranno anche fluidodinamicamente simili se sussiste anche la similitudine tra i triangoli di velocità nelle sezioni di interesse. Per questo tipo di macchine grazie al fatto che il fluido è incomprimibile il concetto di similitudine risulta di facile applicazione e fornisce eccellenti risultati, rispetto a quelli ottenuti nel caso di fluidi comprimibili.

In condizioni di similitudine fluidodinamica il lavoro interno risulta proporzionale al quadrato della velocità periferica  $u$ , e lo stesso si può dire per il lavoro degli attriti grazie alla similitudine geometrica (che significa scabrezza relativa circa uguale) e trascurando l'influenza del numero di Reynolds (regime turbolento pienamente sviluppato). Da quanto detto segue che due macchine che lavorano in similitudine fluidodinamica presentano lo stesso rendimento idraulico.

Riportiamo ora alcuni parametri rappresentativi del funzionamento delle macchine idrauliche, che risultano uguali in condizioni di similitudine:

Numero di giri specifico: 
$$n_s = n \frac{D}{\sqrt{H_u}}$$

Portata specifica: 
$$Q_s = Q \frac{1}{D^2 H_u}$$

Numero di giri caratteristico: 
$$n_c = n \frac{\sqrt{P_u}}{H_u^{3/4}} \approx 3.65n \frac{\sqrt{Q}}{H_u^{3/4}}$$

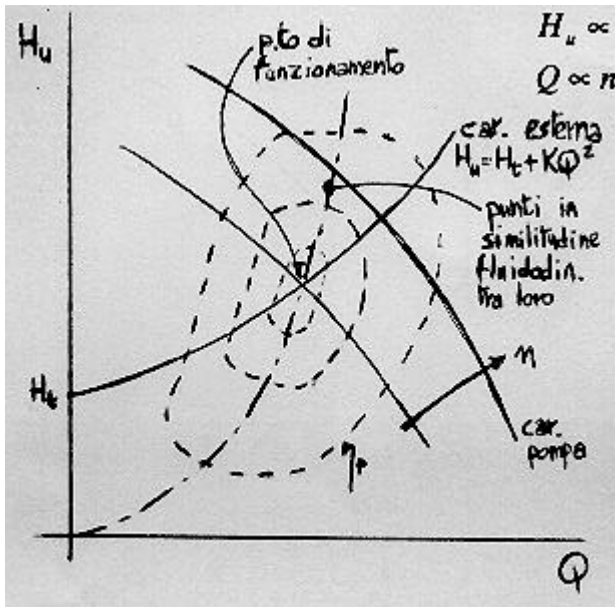
Nelle relazioni precedenti la potenza va espressa in CV. Il parametro più importante è senz'altro il numero di giri caratteristico in quanto non contiene le dimensioni della macchina e può essere utilizzato in sede di progetto. Esso è circa lo stesso per una famiglia di macchine ed individua le condizioni di massimo rendimento. In sede di progetto

si calcola il numero di giri caratteristico con i dati di progetto e poi si sceglie la famiglia di macchine che più si avvicina al valore trovato. In generale si può dire che ad  $n_c$  bassi corrispondono macchine radiali, per  $n_c$  crescente (a parità di potenza significa avere maggiori portate e minori prevalenze) si passa gradualmente a macchine miste e infine assiali.

Il concetto di similitudine fluidodinamica viene anche utilizzato per studiare le condizioni di fuori progetto: considerando infatti due punti in similitudine dall'uguaglianza di  $n_s$  e  $Q_s$  si evince che

$$H_u \propto n^2$$

$$Q \propto n$$



Le prestazioni della macchina possono essere rappresentate su una caratteristica manometrica come quella riportata qui a fianco. Su tale caratteristica sono riportate delle curve isorendimento che assomigliano a delle parabole nella parte centrale ma si uniscono agli estremi del campo di utilizzo: questo è dovuto ai limiti della teoria unidimensionale e al fatto che di solito si rappresenta il rendimento della macchina nel suo complesso anziché quello idraulico.

**CAVITAZIONE** – Il fenomeno della cavitazione si verifica quando in un punto della macchina la pressione assoluta diventa

minore della tensione di vapore. In tali condizioni nel liquido si cominciano a formare bolle di vapore che poi imploderanno rapidamente non appena la pressione tornerà a valori maggiori. L'implosione delle bolle genera dei picchi di pressione elevatissimi che possono danneggiare localmente la superficie delle palettature della macchina, favorendo l'accentuarsi del fenomeno che può così danneggiare gravemente la macchina in un breve periodo.

Il punto più critico per la cavitazione si trova nei pressi del bordo della palettatura della girante a pressione più bassa (bordo di ingresso per una pompa, bordo di fuga per una turbina). Essendo difficoltoso determinare la pressione in tale punto interno alla macchina si preferisce fare riferimento alle condizioni del liquido nella sezione prossima alla girante ma esterna alla macchina. Si definisce così un parametro chiamato  $NPSH_{min}$  che rappresenta il minimo valore del carico è necessario garantire nella sezione di riferimento affinché nel punto incriminato non si abbia cavitazione (pressione assoluta minore della tensione di vapore  $p_v$ ).

La disuguaglianza da verificare è la seguente:

$$(10.f) \quad \frac{p_{rif} - p_v}{g} + \frac{c_{rif}^2}{2g} \geq NPSH_{min}$$

Per una pompa, ad esempio, che aspiri da un serbatoio alla pressione  $p_a$ :



$$\frac{p_a}{g} - (z_1 - z_a) - Y_c = \frac{p_1}{g} + \frac{c_1^2}{2g} \geq NPSH_{\min} + \frac{p_v}{g}$$

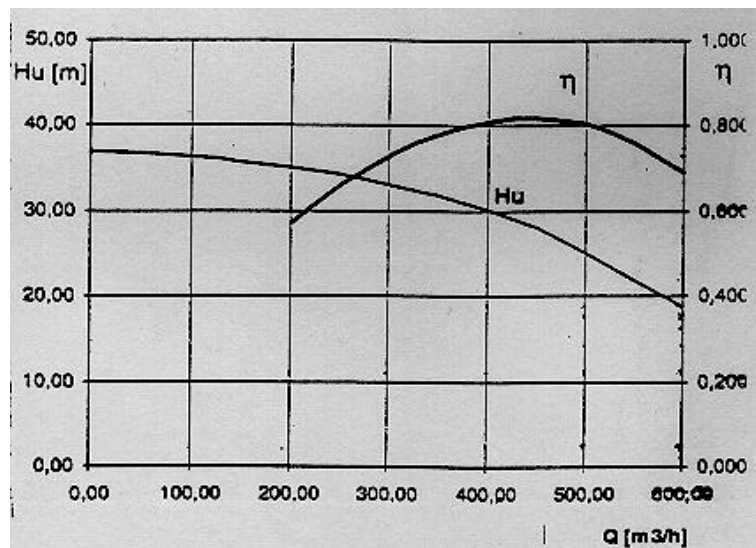
dalla relazione precedente scaturisce un limite all'estensione in altezza della tubazione aspirante, oltre il quale è necessario ricorrere a pompe sommerse.



**Esercizi proposti**

- 1) Una pompa centrifuga presenta le seguenti caratteristiche:  $Q = 150 \text{ l/s}$ ,  $c_{a2}/u_2 = 0.3$ ,  $\beta_2 = 135^\circ$ ,  $u_2 = 40 \text{ m/s}$ ,  $n = 2500 \text{ giri/min}$ ,  $c_{u1} = 0$ .  
Assumendo  $\eta_m = 0.95$ ,  $\eta_v = 0.94$ ,  $\eta_y = 0.85$  e  $\xi = 0.96$ , calcolare la prevalenza, la potenza, il numero di giri caratteristico ed il rapporto  $l_2/d_2$  della macchina.  
[ $H_u = 97.05 \text{ m}$ ;  $P_{\text{ass}} = 188.1 \text{ kW}$ ;  $n_c = 114.3 \text{ giri/min}$ ;  $l_2/d_2 = 0.044$ ]

- 2) Una turbopompa presenta a 2500 giri/min la caratteristica allegata. Essa pompa tra due serbatoi a pelo libero con un dislivello di 15 m. Calcolare a quale velocità dovrà ruotare la pompa perché la portata si annulli. Calcolare inoltre a tale velocità la portata che la pompa sarebbe in grado di mandare con  $H_u = 10 \text{ m}$ .  
[ $n' = 1602.5 \text{ giri/min}$ ;  $Q' = 328.54 \text{ m}^3/\text{h}$ ]



- 3) Una pompa centrifuga monostadio deve far circolare 80 l/s di acqua in un circuito che richiede una prevalenza di 20 m. La pompa prescelta ha un diametro della bocca di aspirazione di 18 cm e funziona a 1600 giri/min con un rendimento  $\eta_y = 0.8$ . Calcolare la potenza assorbita dalla pompa ( $\eta_m = 0.97$ ) ed il numero di giri caratteristico. Sapendo inoltre che la temperatura dell'acqua di aspirazione è di  $41.5^\circ\text{C}$  ( $p_v = 0.08 \text{ bar}$ ) e che, per le condizioni di funzionamento richieste, il costruttore fornisce  $NPSH_{\text{min}} = 6.5 \text{ m}$ , calcolare la pressione minima all'ingresso della pompa affinché questa non cavi.  
[ $P_{\text{ass}} = 20.2 \text{ kW}$ ;  $n_c = 198.35 \text{ giri/min}$ ;  $p_{1,\text{min}} = 0.668 \text{ bar}$ ]
- 4) Una turbina Francis avente  $\eta_y = 0.88$  fornisce una potenza utile di 18.5 MW con una portata di  $20 \text{ m}^3/\text{s}$ ; la velocità periferica al raggio esterno della girante vale  $u_1 = 30 \text{ m/s}$ , l'angolo  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $c_2$  assiale, coefficiente di perdita nel distributore  $\varphi = 0.95$ . Supponendo trascurabili le perdite di carico nella condotta forzata, calcolare la pressione  $p_1$  all'uscita dal distributore, sapendo che tale sezione è posta a 100 m sotto il livello del bacino di monte. Determinare inoltre il salto utile  $H_u$ .  
[ $p_1 = 3.34 \text{ bar}$ ;  $H_u = 110.51 \text{ m}$ ]