Politecnico di Torino
Esame di Teoria dei Segnali

13CTPDC - 13CTPBQ - 13CTPCM

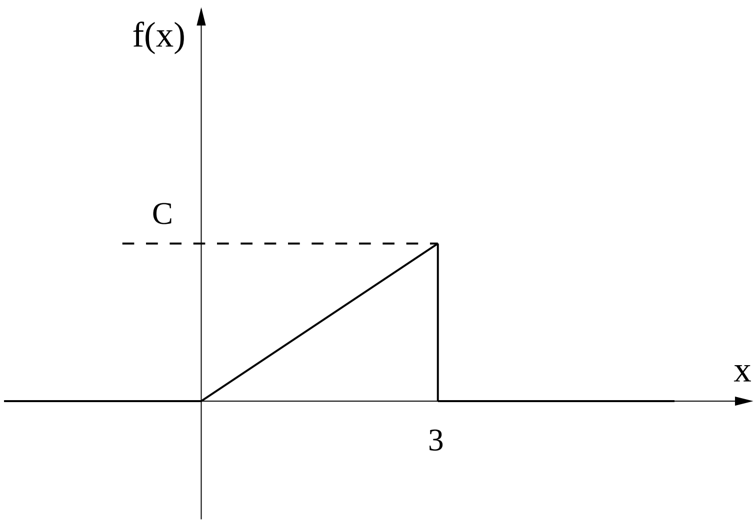
31 Marzo 2006

Esercizio 1

Un segnale $x(t)$ é posto in ingresso ad un ritardatore di T secondi. L'uscita del ritardatore viene immessa in un filtro LTI con risposta all'impulso $h(t)$. A sua volta, l'uscita del filtro LTI viene posta in ingresso ad un ritardatore di $3T$ secondi. Esprimere Il segnale $y(t)$ in uscita dal secondo ritardatore.

Esercizio 2

Sia data la seguente funzione



1. Calcolare il valore che deve assumere la variabile c affinché possa rappresentare una densitá di probabilitá,

2. Calcolare $E\{x\}$ e $E\{x^2\}$,
3. Determinare la funzione cumulativa di probabilitá $F(x)$

Esercizio 3

Il segnale $x(t) = 2\cos^2\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$ é posto all'ingresso di un sistema lineare e causale con risposta all'impulso

$$h(t) = P_T\left(t - \frac{T}{2}\right) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & altrove \end{cases} \tag{1}$$

esprimere il segnale in uscita al sistema

Esercizio 4

Il segnale $x(t) = 2 + cos(2\pi f_0 t)$, con f_0 costante, passa attraverso un filtro passabasso di tipo RC con costante di tempo

$$RC = \frac{1}{2\pi f_0} \tag{2}$$

e con risposta all'impulso $h(t) = \frac{1}{RC}e^{-t/RC}u(t)$. Determinare la potenza del segnale in uscita dal filtro.

Soluzioni

Esercizio 1

Il sistema é lineare, é dunque possibile cambiare l'ordine dei blocchi a piacimento. Ad esempio spostanto il secondo ritardatore in cascata al primo dunque possibile scrivere in modo diretto il valore dell'uscita:

$$y(t) = x(t - 4T) * h(t) \tag{3}$$

Esercizio 2

1. L'area sottesa dalla curva deve essere unitaria, questo porta la variabile C ad assumere il valore: $c = \frac{2}{3}$

2. La funzione é definita come la retta $y(t) = \frac{2}{3}t$ tra $0 \leq t \leq 3$, il valore atteso $\mathcal{E}\{x\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x)dx = \int_0^3 \frac{2}{3}x^2dx = \frac{2}{9}\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^3 = 2$

3. In modo analogo possibile calcolare il valore quadratico medio $\mathcal{E}\{x^2\}$ che risulta essere pari a $\frac{9}{2}$

4. La funzione cumulativa deve essere determinata a tratti:

   - $x < 0$; $F_X(x) = 0$
   - $0 \leq x \leq 3$; $F_X(x) = \int_0^x \frac{2}{9}xdx = \frac{1}{9}x^2$
   - $x > 3$; $F_X(x) = 1$

Esercizio 3

$$\begin{aligned}
x(t) &= 2cos^2(\frac{2\pi t}{T}) \\
h(t) &= P_T(t - \frac{T}{2}) \\
x(t) &= cos(4\pi\frac{t}{T}) + 1 \\
X(f) &= \frac{1}{2}[\delta(f - \frac{2}{T}) + \delta(f + \frac{2}{T})] + \delta(f) \\
H(f) &= Tsinc(fT)e^{-j\frac{2\pi f}{T}} \\
Y(f) &= \frac{1}{2}[\delta(f - \frac{2}{T}) + \delta(f + \frac{2}{T})]Tsinc(fT)e^{-j\frac{2\pi f}{T}} + \delta(f)Tsinc(fT)e^{-j\frac{2\pi f}{T}} \\
&= \frac{1}{2}[\delta(f - \frac{2}{T}) + \delta(f + \frac{2}{T})]Tsinc(\frac{2}{T}T)e^{-j\frac{2\pi f}{T}} + \delta(f)Tsinc(0)e^{-j\frac{2\pi f}{T}} \\
&= \delta(f)Te^{-j\frac{2\pi f}{T}}
\end{aligned}$$

antitrasformando si ottiene

$$y(t) = +T$$

Esercizio 4

$$x(t) = 2 + cos(2\pi f_0 t)$$

$$
\begin{aligned}
h(t) &= \frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}u(t) \quad RC = \frac{1}{2\pi f_0} \\
X(f) &= 2\delta(f) + \frac{1}{2}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] \\
H(f) &= \frac{1}{RC}\frac{1}{\frac{1}{RC} + j2\pi f} = \frac{1}{1 + j2\pi RCf} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \\
S_y(f) &= |H(f)|^2 S_x(f) = |H(f)|^2 |X(f)|^2 \\
Y(f) &= X(f)H(f) = \frac{2}{1 + j\frac{f}{f_0}}\delta(f) + \frac{1}{2}[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]\frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}
\end{aligned}
$$

ed infine é possibile determinare la potenza del segnale come la somma di tutti i contributi

$$
P_y = 2^2 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}
$$