Schede di Elettrotecnica

Corso di Elettrotecnica 1 - Cod. 9200 N
Diploma Universitario Teledidattico in
Ingegneria Informatica ed Automatica
Polo Tecnologico di Alessandria

A cura di Luca FERRARIS

Scheda N° 13

Sistemi trifase:

- Sistemi simmetrici ed equilibrati
- Connessioni a stella e triangolo
- Potenze
- Rifasamento

Note introduttive ai SISTEMI TRIFASE

La generazione di un sistema trifase avviene mediante un *alternatore*: campo magnetico *induttore* agente su tre avvolgimenti *indotti* uguali rotanti all'interno del campo.

Nella figura è rappresentato un sistema trifase con due carichi applicati; quello a sinistra è del tipo *a stella*, quello a destra è del tipo *a triangolo*.
Si fa spesso riferimento a particolari configurazioni cioè quelle di sistemi simmetrici ed equilibrati.

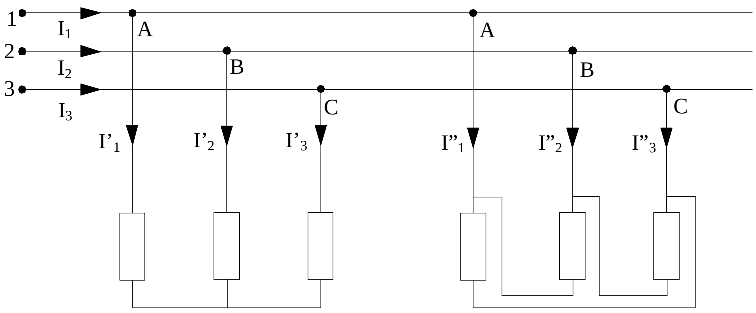


Fig. 1

Per sistemi *simmetrici* si intendono quelli in cui le tre tensioni di alimentazione sono uguali in modulo e sfasate tra loro di 120°.

Per sistemi *equilibrati* si intendono quelli in cui i tre carichi applicati sono tra loro uguali (in senso vettoriale); se anche una sola della impedenze di un carico trifase risulta diversa dalle altre in modulo o fase, il carico risulta squilibrato.

Una proprietà dei sistemi trifasi *simmetrici ed equilibrati* è quella che le tre correnti che circolano nei rami sono uguali in modulo e sfasate di 120° cosicché la loro somma vettoriale risulta essere nulla.

Spesso anziché calcolare le tre correnti e le tre tensioni si procede trovando solo quelle relative ad una fase e poi sfasando di 120° le grandezze delle altre due fasi: riduzione all'*equivalente monofase*.

Poiché anche i generatori possono essere collegati a stella o a triangolo di solito si fa riferimento alla *tensione concatenata* ovvero alla differenza di potenziale che può essere misurata tra due dei tre conduttori della linea; la tensione concatenata coincide con la differenza di potenziale generata dagli alternatori se questi sono collegati a triangolo.

Di solito si indica la tensione concatenata con $\mathbf{V_{XY}}$ dove con X e Y si intendono i due fili tra cui si effettua la misura; invece con $\mathbf{E_X}$ si indica la tensione alla quale è sottoposto il carico X e che viene detta *tensione di fase*.

Alla linea si possono collegare carichi monofase inserendoli come se fossero i lati di un triangolo (cioé tra due fasi), oppure ricorrendo al sistema a stella con quattro fili.

La rete di distribuzione è normalmente trifase a stella con neutro, permettendo quindi l'accesso a due livelli di tensione: la tensione stellata per le utenze domestiche (220 V) e la tensione concatenata per uso industriale (380 V).

La tensione concatenata è $\sqrt{3}$ volte maggiore di quella stellata ed è in anticipo di 30°.

Lo sfasamento tra ciascuna corrente e la relativa tensione è, come per il monofase, il rapporto tra la reattanza e la resistenza di fase: $\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{X}{R}$

CARICHI A STELLA

Facendo riferimento alla figura 2 si possono ricavare il diagramma vettoriale riportato nella figura sottostante e le seguenti espressioni:

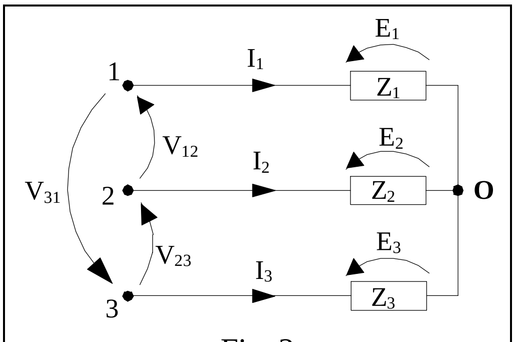
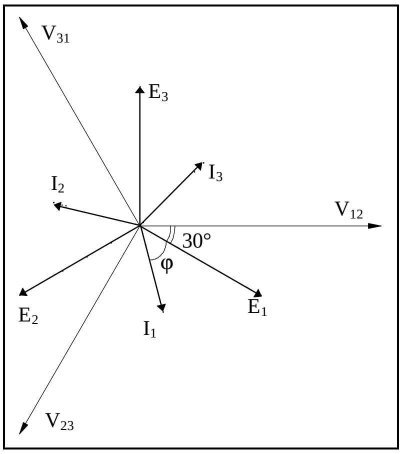


Fig. 2

$$|I_1| = |I_2| = |I_3|$$

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$$



$$\begin{cases} \vec{V}_{12} = V + j0 \\ \vec{V}_{23} = Ve^{-j120} \\ \vec{V}_{31} = Ve^{-j240} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{E}_1 = \dfrac{V}{\sqrt{3}} e^{-j30} \\ \vec{E}_2 = \dfrac{V}{\sqrt{3}} e^{-j150} \\ \vec{E}_1 = \dfrac{V}{\sqrt{3}} e^{-j270} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{I}_1 = \dfrac{\vec{E}_1}{\vec{Z}_1} \\ \vec{I}_2 = \dfrac{\vec{E}_2}{\vec{Z}_2} \\ \vec{I}_3 = \dfrac{\vec{E}_3}{\vec{Z}_3} \end{cases}$$

CARICHI A TRIANGOLO

Facendo riferimento alla figura 3 si possono ricavare il diagramma vettoriale riportato nella figura sottostante e le seguenti espressioni:

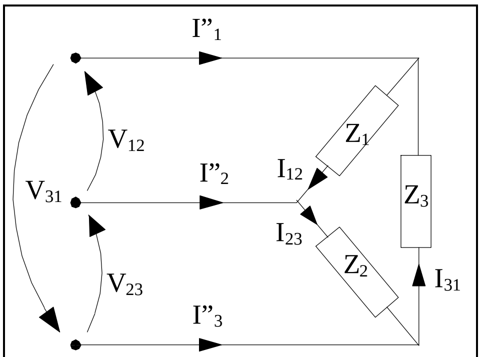
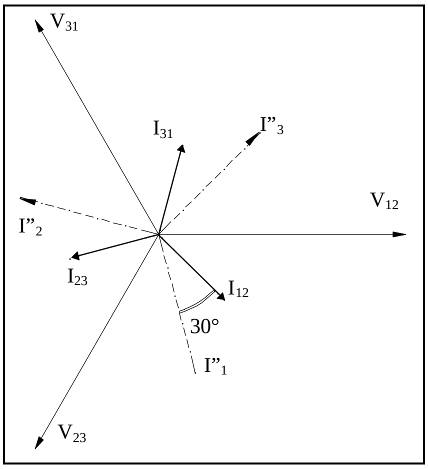


Fig. 3

$$\begin{cases} \vec{V}_{12} = V + j0 \\ \vec{V}_{23} = Ve^{-j120} \\ \vec{V}_{31} = Ve^{-j240} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{V}_{12} \\ \vec{E}_2 = \vec{V}_{23} \\ \vec{E}_3 = \vec{V}_{31} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{I}_{12} = \dfrac{\vec{E}_1}{\vec{Z}_1} = \dfrac{\vec{V}_{12}}{\vec{Z}_1} \\ \vec{I}_{23} = \dfrac{\vec{E}_2}{\vec{Z}_2} = \dfrac{\vec{V}_{23}}{\vec{Z}_2} \\ \vec{I}_{31} = \dfrac{\vec{E}_3}{\vec{Z}_3} = \dfrac{\vec{V}_{31}}{\vec{Z}_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{I}''_1 = \vec{I}_{12} - \vec{I}_{31} \\ \vec{I}''_2 = \vec{I}_{23} - \vec{I}_{12} \\ \vec{I}''_3 = \vec{I}_{31} - \vec{I}_{23} \end{cases}$$



POTENZE NEI SISTEMI TRIFASE

CARICO A STELLA EQUILIBRATO

La potenza istantanea assorbita da un carico collegato a stella con neutro è la somma delle potenze istantanee di ciascuna fase:

$$P = E_1 I_1 \cos\varphi_1 + E_2 I_2 \cos\varphi_2 + E_3 I_3 \cos\varphi_3;$$

nel caso di sistema simmetrico ed equilibrato le tensioni e le correnti sono le stesse nelle tre fasi e sono ugualmente sfasate: sono uguali anche le potenze relative alle singole fasi; quindi:

$P = 3\ E_f\ I_f \cos\varphi;$ (φ è lo sfasamento tra E_{fase} e I_{linea})

sostituendo E in funzione di V ($V = \sqrt{3}\ E$), si ottiene: $P = \sqrt{3}\ V\ I \cos\varphi.$

Analogamente per la potenza reattiva: $Q = \sqrt{3}\ V\ I\ \mathrm{sen}\varphi.$

La potenza apparente A risulta:

$$\mathbf{A} = 3\ E_f\ I_f = 3\ V_Y\ I = 3\ V\ I_D = \sqrt{3}\ \mathbf{V\ I}.$$

Anche nel trifase è sempre valida la teoria del triangolo delle potenze.

Sempre nel caso di sistemi simmetrici ed equilibrati, valgolo anche le seguenti espressioni:

$$\mathbf{P} = 3\ \mathbf{R_f}\ \mathbf{I_f^2} \qquad \mathbf{Q} = 3\ \mathbf{X_f}\ \mathbf{I_f^2}$$

CARICO A TRIANGOLO EQUILIBRATO

La potenza è somma della potenza delle singole fasi:

$$P = V_{12} I_{12} \cos\varphi_{12} + V_{23} I_{23} \cos\varphi_{23} + V_{31} I_{31} \cos\varphi_{31};$$

essendo il carico equilibrato: $I_{12} = I_{fase}$ e quindi:

$P = 3 V I_{fase} \cos\varphi;$ (φ è lo sfasamento tra V_{conc} e I_{fase})

sostituendo I_F in funzione di I_L ($I_L = \sqrt{3}\ I_F$) si ha:

$$P = \sqrt{3}\ V I_L \cos\varphi.$$

Quindi l'espressione della potenza è sempre la stessa sia per carico collegato a stella che a triangolo, purché il carico sia equilibrato.

Misura di potenza in trifase

Supponendo di avere tre Wattmetri collegati a stella sulle tre fasi, il potenziale del loro centro stella O" è uguale al potenziale del centro stella del carico O'; da ciò deriva, e si può dimostrare, che la misura dei tre Wattmetri ci dà esattamente la misura della potenza attiva del sistema.

Teorema di Aron:

> *la misura delle potenze è indipendente dal potenziale del centro stella, e quindi può essere effettuata facendo riferimento ad un qualunque centro stella;*
> in particolare il centro stella può essere fatto coincidere con uno dei fili di linea.

Conseguenza di ciò è che se il centro stella di riferimento viene preso su una fase, il Wattmetro disposto su quella fase, avendo i morsetti voltmetrici cortocircuitati, darà indicazione nulla; pertanto è sufficiente avere due soli Wattmetri (riferiti alla stessa fase) per avere la misura della potenza del sistema (*inserzione Aron*):

$$P_{tot} = W_1 + W_2.$$

L'inserzione Aron vale sia nel caso di carico equilirato che squilibrato; nel caso equilibrato le stesse considerazioni valgono anche per la potenza reattiva, misurabile quindi con due soli Varmetri.
La potenza reattiva Q si può calcolare come:

$$Q_{tot} = \sqrt{3}\ (W_1 - W_2).$$

Rifasamento

È necessaria l'aggiunta di un carico capacitivo per scambiare energia con il carico ohmico-induttivo. I condensatori possono essere disposti sia a stella che a triangolo:

Y $\quad Q_C = Q - Q' = 3\ E^2\ \omega\ C_Y$
D $\quad Q_C = Q - Q' = 3\ V^2\ \omega\ C_D$

nel caso a triangolo la capacità necessaria è 1/3 rispetto a quella a stella; conviene la disposizione a triangolo in M.T. e B.T.; nel triangolo le capacità sono sottoposte alla tensione concatenata e quindi presentano maggiori problemi di isolamento.

Confronto trifase/monofase

Perché si usa il trifase? Perché conviene!

DIMOSTRAZIONE

Supponendo di avere un carico trifase allacciato ad una linea trifase, ed uno monofase allacciato ad una linea monofase, confrontiamo le due soluzioni nell'ipotesi che la V_{conc} del trifase coincida con la V del monofase: $V_{3f} = V_{1f}$ e che i due carichi siano alla stessa distanza.

Le potenze assorbite dai due carichi sono rispettivamente:

$$P_{3f} = \sqrt{3}\ V_{3f}\, I_{3f} \cos\varphi$$

$$P_{1f} = V_{1f}\, I_{1f} \cos\varphi$$

imponendo che i due carichi assorbano la stessa potenza attiva:

$P_{3f} = P_{1f}$, si ottiene $\sqrt{3}\ I_{3f} = I_{1f}$

cioé nel caso monofase la corrente è $\sqrt{3}$ volte maggiore che nel caso trifase.

Vediamo nei due casi quanto vale la potenza dissipata lungo la linea:

$$\mathbf{P}^{\mathbf{d}}_{\mathbf{3f}} = 3\left(\rho\,\frac{\mathbf{l}}{\mathbf{S}_{3\mathbf{f}}}\right)\mathbf{I}^2_{\mathbf{3f}}$$

$$\mathbf{P}^{\mathbf{d}}_{\mathbf{1f}} = 2\left(\rho\,\frac{\mathbf{l}}{\mathbf{S}_{1\mathbf{f}}}\right)\mathbf{I}^2_{\mathbf{1f}}$$

e imponendo che in entrambi i casi la potenza dissipata sia la stessa:

$P^d_{3f} = P^d_{1f}$, si ottiene: $S_{1f} = 2\ S_{3f}$

Calcolando il volume di rame necessario per le due linee:

$$(Vol)_{3f} = 3\ L\ S_{3f} = 3\ L\ \frac{S_{1f}}{2} = \frac{3}{4}(2\ L\ S_{1f}) = \frac{3}{4}(Vol)_{1f} \qquad \boxed{(\mathbf{Vol})_{\mathbf{3f}} = \frac{3}{4}(\mathbf{Vol})_{\mathbf{1f}}}$$

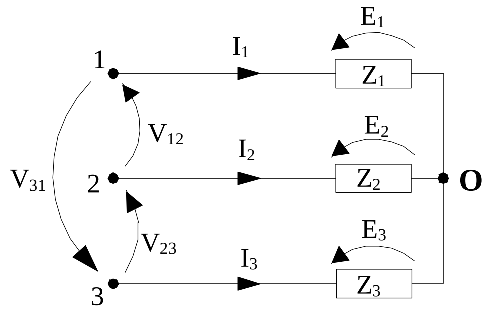
cioé:

a parità di V_{alim}, di potenza trasportata, di potenza dissipata sulla linea, nel caso di linea trifase si ha un risparmio di rame pari al 25% !

ESERCIZIO 13.1

Con riferimento alla figura calcolare le correnti di linea e di fase con questi dati:

- V = 380 V;
- f = 50 Hz;
- carico = resistenza in serie con induttanza;
- R = 5 Ω;
- L = 15,9 mH.



Poiché il carico è a stella le correnti di linea coincidono con le correnti di fase.

Come prima cosa si calcolino le tensioni di fase, poi l'impedenza equivalente e quindi le correnti:

$$\vec{V}_{12} = (380 + j \cdot 0)V$$

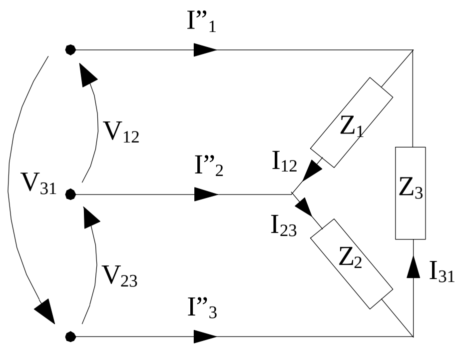
$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \dfrac{V_{12}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j30} = 220e^{-j30}\ V \\ \vec{E}_2 = 220e^{-j150}\ V \\ \vec{E}_3 = 220e^{-j240}\ V \end{cases}$$

$$\vec{Z}_1 = \vec{Z}_2 = \vec{Z}_3 = \vec{Z} = R + j \cdot \omega L = 5 + j \cdot 2\pi f \cdot 15{,}9 \cdot 10^{-3} = 5 + j5 = 5 \cdot \sqrt{2}e^{j45}\ \Omega$$

$$\begin{cases} \vec{I}_1 = \dfrac{\vec{E}_1}{\vec{Z}_1} = \dfrac{220e^{-j30}}{5\sqrt{2}e^{j45}} = 31e^{-j75}A \\ I_2 = \dfrac{\vec{E}_2}{\vec{Z}_2} = \dfrac{220e^{-j150}}{5\sqrt{2}e^{j45}} = 31e^{-j195}A \\ I_3 = \dfrac{\vec{E}_3}{\vec{Z}_3} = \dfrac{220e^{-j270}}{5\sqrt{2}e^{j45}} = 31e^{-j315}A \end{cases}$$

ESERCIZIO 13.2

Con riferimento alla figura calcolare le correnti di linea e di fase con questi dati:



- V = 380 V;
- f = 50 Hz;
- carico = resistenza in serie con induttanza;
- R = 5 Ω;
- L = 15,9 mH.

Poiché il carico è a triangolo le tensioni di fase coincidono con le tensioni concatenate.

Come prima cosa si calcolino le correnti di fase e quindi quelle concatenate o di linea.

$$\vec{V}_{12} = 380e^{j0}$$

$$\vec{Z} = 5\sqrt{2}e^{j45}$$

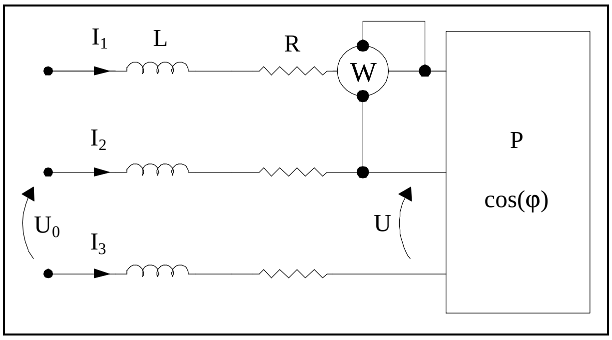
$$\begin{cases} \vec{I}_{12} = \dfrac{\vec{V}_{12}}{\vec{Z}} = \dfrac{380e^{j0}}{5\sqrt{2}e^{j45}} = 53{,}7e^{-j45} = 53{,}7\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - j\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 53{,}7(0{,}707 - j0{,}707)A \\ \vec{I}_{23} = \vec{I}_{12}e^{-j120} = 53{,}7e^{-j45}e^{-j120} = 53{,}7e^{-j165} = 53{,}7(-0{,}966 - j0{,}259)A \\ \vec{I}_{31} = \vec{I}_{12}e^{-j240} = 53{,}7e^{-j45}e^{-j240} = 53{,}7e^{-j285} = 53{,}7(0{,}259 + j0{,}966)A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{I}_1'' = \vec{I}_{12} - \vec{I}_{31} = 53{,}7(0{,}448 - j1{,}673) = 53{,}7\sqrt{3}e^{-j75} \\ \vec{I}_2'' = \vec{I}_{23} - \vec{I}_{12} = 53{,}7(1{,}673 - j0{,}448) = 53{,}7\sqrt{3}e^{-j195} \\ \vec{I}_3'' = \vec{I}_{31} - \vec{I}_{23} = 53{,}7(1{,}225 + j1{,}225) = 53{,}7\sqrt{3}e^{-j315} \end{cases}$$

ESERCIZIO 13.3

Con riferimento al circuito rappresentato in figura calcolare la potenza che viene letta sul wattmetro W, la tensione concatenata a monte della linea (U_0), la caduta di tensione sulla linea (ΔV_L) e il rendimento della linea stessa (η_L) conoscendo i seguenti dati:

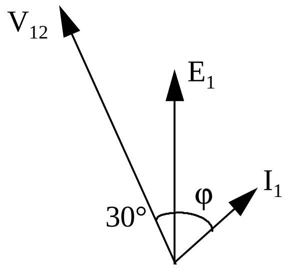
- resistenza totale della linea $R = 0{,}2\ \Omega$;
- induttanza totale della linea $X_L = 0{,}3\ \Omega$;
- tensione a valle della linea $U = 400$ V;
- potenza assorbita dal carico $P = 30$ kW
- sfasamento del carico $\cos\varphi = 0{,}7$



Note tensione, potenza e sfasamento, si può calcolare la corrente che circola nel carico e che coincide con quella che percorre la linea. Nota quest'ultima si può facilmente risalire alle potenze attive e reattive dissipate dalla stessa e le potenze totali assorbite dall'insieme di rete e carico.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}\cdot\quad\cdot\cos(\quad)} = \frac{30000}{\sqrt{\ }\cdot 400\cdot 0,} =$$

Lettura sul Wattmetro P_{12}



$$P_{12} = V_{12}\cdot I_1\cdot\cos(\varphi+30) = 400\cdot 61{,}86\cdot\cos(75{,}6°) = 6153{,}6\ \text{W}$$

$$Q = P\cdot tg(\varphi) = 30\cdot tg\left(\cos^{-1}(\varphi)\right) = 30\cdot 1{,}02 = 30{,}6\ \text{kVAr}$$

Potenza dissipata sulla linea:

$$\begin{cases} P_L = 3\cdot\left(R\cdot I^2\right) = 3\cdot 0{,}2\cdot 61{,}86^2 = \ 2295{,}92\ \text{W} \\ Q_L = 3\cdot\left(X_L\cdot I^2\right) = 3\cdot 0{,}3\cdot 61{,}86^2 = \ 3443{,}88\ \text{VAr} \end{cases}$$

Potenza totale:

$$\left.\begin{array}{l} P_{TOT} = P + P_L = 30000 + 2295{,}92 = 32{,}3\ \text{kW} \\ Q_{TOT} = Q + Q_L = 30{,}6 + 3{,}44 = \ 34{,}04\ \text{kVAr} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad A_{TOT} = 46{,}93\ \text{kVA}$$

Il secondo passo dell'esercizio è determinare la caduta di tensione sulla linea e la tensione concatenata a monte di questa. Si può procedere facendo ricorrendo alle potenze oppure alle correnti e alle impedenze.

<u>Attenzione</u>: quando si calcolano delle differenze di potenziale come somma di tensioni parziali bisogna ricordarsi di NON farlo utilizzando i moduli ma solo le espressioni vettoriali in quanto il modulo della somma (risultato corretto) è diverso dalla somma dei moduli (risultato errato).

1° metodo di risoluzione: potenze

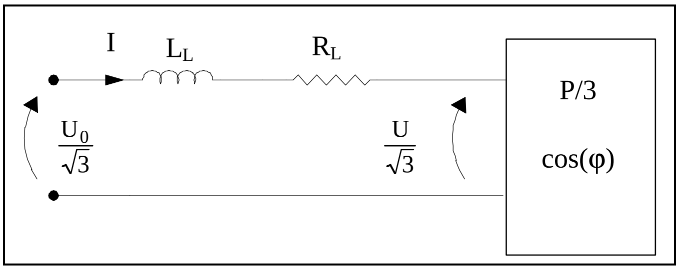
$$A_L = \sqrt{P_L{}^2 + Q_L{}^2} = \sqrt{2295{,}9^2 + 3443{,}88^2} = 4139 \text{ VA}$$

$$V_L = \frac{A_L}{3 \cdot I} = \frac{4139}{3 \cdot 61{,}86} = 22{,}3 \text{ V}$$

$$U_0 = \frac{A_{TOT}}{\sqrt{3} \cdot I} = \frac{46930}{\sqrt{3} * 61{,}86} = 438 \text{ V} \qquad \left(\neq |V_L| + |V| = 422{,}3 \text{ V}\right)$$

2° metodo di risoluzione

Per il secondo metodo faremo ricorso al monofase equivalente che assorbe un terzo della potenza con lo stesso sfasamento. Il diagramma vettoriale delle correnti e delle tensioni è riportato nella figura sottostante.



$$\Delta V_L = |Z_L| \cdot I = I \cdot \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = 61{,}86 \cdot \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}3^2} = 22{,}3\text{V}$$

$$\varphi = \cos^{-1}(0{,}7) = 45{,}57°$$

$$|I| = \frac{P}{E \cdot \cos(\varphi)} = \frac{10000}{\frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 0{,}7} = 61{,}86\text{A} \Rightarrow \vec{I} = 61{,}86e^{-j45{,}6} \text{ A}$$

$$\vec{Z}_L = 0{,}36e^{j56{,}3}\ \Omega$$

$$\Delta\vec{V}_L = \vec{I} \cdot \vec{Z}_L = 61{,}86e^{-j45{,}6} \cdot 0{,}36e^{j56{,}3} = 22{,}3e^{j10{,}7} = 22{,}3 \cdot (0{,}98 + j0{,}19) = (21{,}9 + j4{,}15) \text{ V}$$

$$\vec{E} = \frac{400}{\sqrt{3}} + j0 = (230{,}9 + j0) \text{ V}$$

$$\vec{E}_0 = \Delta\vec{V}_L + \vec{E} = (230{,}9 + j0) + (21{,}9 + j4{,}15) = 252{,}8 + j4{,}15 \Rightarrow \vec{E}_0 = 252{,}87 \cdot e^{j \cdot 0{,}94°} \text{ V}$$

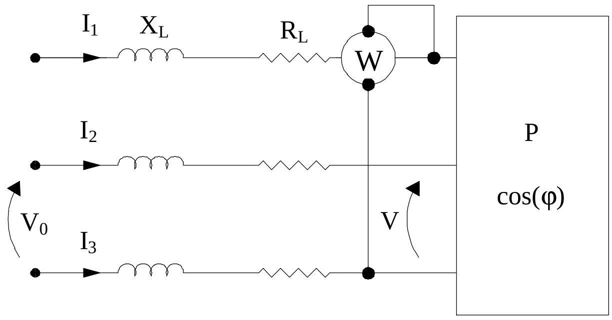
$$U_0 = E_0 \cdot \sqrt{3} = 438 \text{ V}$$

Rendimento della linea: $\eta_L = \frac{P}{P_{TOT}} = \frac{30}{32{,}2} = 0{,}93$

ESERCIZIO 13.4

Dato il circuito trifase rappresentato schematicamente in figura, calcolare la tensione V_0 che deve essere fornita a monte della rete e la potenza letta dal wattmetro conoscendo i seguenti dati:

- $R_L = 0{,}5\ \Omega$;
- $X_L = 1{,}5\ \Omega$;
- V = 380 V;
- P = 30 kW;
- cosφ = 0,5;
- carico di tipo capacitivo.



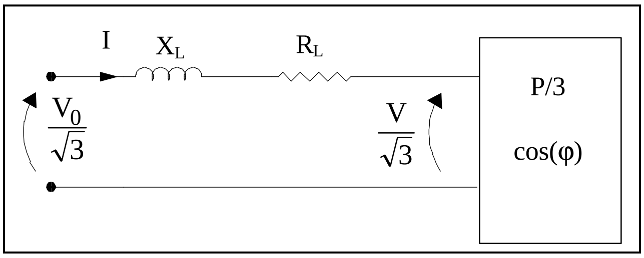
Il fatto che il carico sia di tipo capacitivo vuol dire che la corrente è in anticipo di fase rispetto alla tensione ovvero che la potenza reattiva è negativa.

1° METODO DI SOLUZIONE: EQUIVALENTE MONOFASE.

Per passare all'equivalente monofase si ricorda che:

- le tensioni concatenate vanno trasformate in tensioni stellate (o di fase) dividendole per $\sqrt{3}$;
- le correnti di linea, le resistenze di linea e le induttanze di linea rimangono invariate;
- la potenza del carico va divisa per 3; l'angolo di sfasamento non varia.

Eseguendo queste trasformazioni troviamo il circuito equivalente monofase riportato in figura.
Come prima cosa si può calcolare la corrente I note la potenza, il cosφ e la tensione; quindi si procede trovando la potenza attiva e reattiva dissipata dalla linea e quindi la potenza attiva, reattiva e apparente totale. Nota quest'ultima e la corrente risulta facile determinare la tensione di linea e quella concatenata.
Con questo primo metodo risulta impossibile calcolare la potenza letta dal Wattmetro in quanto per fare ciò si deve conoscere lo sfasamento tra la corrente di linea e la tensione di fase che è un dato che si perde passando al monofase equivalente.



$$E = \frac{V}{\sqrt{3}} \cong 220\ \text{V}$$

$$P' = \frac{30}{3} = 10\ \text{kW}$$

$$I = \frac{P}{E \cdot \cos(\varphi)} = \frac{10000}{220 \cdot 0{,}5} = 91{,}16\ \text{A}$$

$$P_{L\ mono} = R_L \cdot I^2 = 0{,}5 \cdot 91{,}16^2 = 4155{,}12\ \text{W}$$

$$Q_{L\ mono} = X_L \cdot I^2 = 1{,}5 \cdot 91{,}16^2 = 12465{,}37\ \text{VAr}$$

$$P_{TOT} = P + P_{L\ mono} = 10 + 4{,}15 = 14{,}15\ \text{kW}$$

$$Q = P \cdot tg[-ar\cos(\varphi)] = 10 \cdot tg(-60°) = -17{,}32\ \text{kVAr}$$

$$Q_{TOT} = Q + Q_{L\ mon} = -17{,}32 + 12{,}46 = -4{,}85\ \text{kVAr}$$

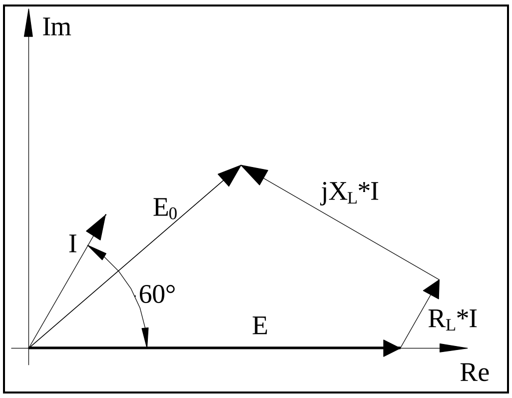
$$A_{TOT} = \sqrt{P_{TOT}^2 + Q_{TOT}^2} = 14{,}96\ \text{kVA}$$

$$E_0 = \frac{V_0}{\sqrt{3}} = \frac{A_{TOT}}{I} = \frac{14964{,}62}{91{,}16} = 164{,}16V \Rightarrow V_0 = 284{,}33V$$

Una cosa che si può notare e che $V_0 < V$; questo è possibile perché ad un carico capacitivo ($\varphi < 0$) è collegata una linea induttiva ($\varphi > 0$) che produce un rifasamento favorevole ovvero diminuisce l'angolo di sfasamento che a pari corrente implica una diminuzione del modulo della tensione.

2° METODO DI SOLUZIONE: TRIFASE.

Analogamente al caso precedente si possono calcolare i moduli della tensione di linea e della corrente di linea ottenendo gli stessi risultati numerici che qui saranno acquisiti senza ripetere i calcoli. Ponendo la tensione di linea con una fase nulla il cosφ ci permette di calcolare la fase della corrente e quindi di poter esprimere la corrente in forma vettoriale. A questo punto risulta facile calcolare la caduta di tensione sulla linea e quindi sommando vettorialmente le tensioni calcolare la tensione di linea e di fase a monte della linea. E' comodo rappresentare i vettori come è riportata nella figura.



$$\vec{E} = 220 \cdot e^{-j0} V$$

$$\varphi = \arccos(0.5) = 60° \quad \Rightarrow \quad \vec{I} = 91{,}16 \cdot e^{j60} V$$

$$\vec{Z}_L = 0{,}5 + j \cdot 1{,}5 \quad \Rightarrow \begin{cases} |Z_L| = \sqrt{0{,}5^2 + 1{,}5^2} = 1{,}58\Omega \\ \angle Z_L = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{1{,}5}{0{,}5}\right) = 71{,}56° \end{cases} \Rightarrow \vec{Z}_L = 1{,}58 \cdot e^{j71{,}56}\Omega$$

$$\Delta\vec{E}_L = \vec{I} \cdot \vec{Z}_L = 91{,}16 \cdot e^{j60} \cdot 1{,}58 \cdot e^{j71{,}56} = 144{,}14 \cdot e^{j131{,}565} V$$

$$\vec{E}_0 = \vec{E} + \Delta\vec{E}_L = 220 + 144{,}14 \cdot [\cos(131{,}565) + \operatorname{sen}(131{,}565)] = (123{,}76 + j107{,}84)\ V = 164{,}6 \cdot e^{j \cdot 41}$$

Ora si possono rappresentare le grandezze vettoriali su un piano cartesiano come in figura e calcolare la potenza letta dal wattmetro come:

$$W = V_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) = 380 \cdot 91{,}16 \cdot \cos(30 + 60 + 180) = 0\ W$$