Schede di Elettrotecnica

Corso di Elettrotecnica 1 - Cod. 9200 N
Diploma Universitario Teledidattico in
Ingegneria Informatica ed Automatica
Polo Tecnologico di Alessandria

A cura di Luca FERRARIS

Scheda N° 11

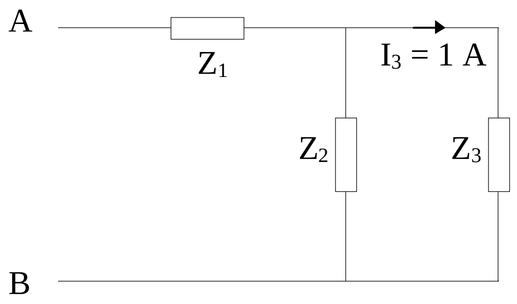
Circuiti in Corrente Alternata:

- Risoluzione di circuiti col metodo delle potenze

ESERCIZIO 11.1

Determinare Z_1, Z_2 e Z_3 (intese come serie di R e X) sapendo che:

$$\begin{cases} P_1 = 0\ \text{W} \\ P_2 = 20\ \text{W} \\ P_3 = 10\ \text{W} \end{cases} \quad \begin{cases} Q_1 = -10\ \text{VAr} \\ Q_2 = 10\ \text{VAr} \\ Q_3 = 10\ \text{VAr} \end{cases}$$



Soluzione

Z₃

$$\begin{cases} R_3 = \dfrac{P_3}{I_3^2} = 10\ \Omega \\ X_3 = \dfrac{Q_3}{I_3^2} = 10\ \Omega \end{cases} \Rightarrow \quad Z_3 = 10(1+j)\ \Omega$$

Z₂

$$\vec{V} \ = V_2 = \vec{Z} \ \cdot I_3 = \quad \cdot(\ + j) = \quad \cdot\sqrt{\ } \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$A_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 10 \cdot \sqrt{5}\ \text{VA}$$

$$|I_2| = \frac{A_2}{|V_2|} = 1{,}58\ \text{A}$$

$$\begin{cases} R_2 = \dfrac{P_2}{I_2^2} = 8\ \Omega \\ X_2 = \dfrac{Q_2}{I_2^2} = 4\ \Omega \end{cases} \Rightarrow \quad Z_2 = (8 + j4)\ \Omega$$

Z₁

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \frac{\vec{V}_2}{Z_2} + \vec{I}_3 = \frac{10\cdot(1+j)}{8+j4} + 1 = \frac{5+j}{2}\ \text{A} \ = \ 2{,}55 \cdot e^{j11{,}31°}\ \text{A}$$

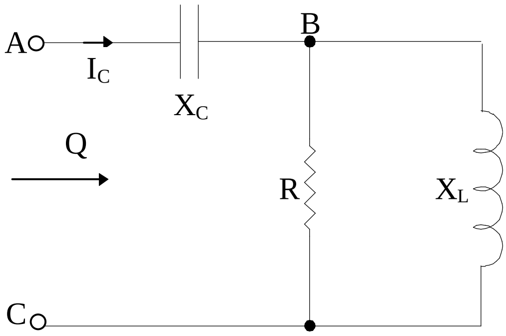
$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{P_1}{I_1^2} = 0\ \Omega \\ X_1 = \dfrac{Q_1}{I_1^2} = -1{,}538\ \Omega \end{cases} \Rightarrow \quad Z_1 = -j \cdot 1{,}538\ \Omega$$

$$\boxed{\begin{cases} Z_1 = \text{-}j1{,}538\ \Omega \\ Z_2 = (8 + j4)\ \Omega \\ Z_3 = \ 10\cdot(1+j)\ \Omega \end{cases}}$$

ESERCIZIO 11.2

Determinare $\vec{V}_{BC}$ e $\vec{V}_{AB}$ sapendo che:

- $V_{AC} = 200$ V
- $Q = 0$ VAr
- $X_L = R$



Soluzione

L'impedenza equivalente del parallelo di R e X_L (che sono uguali in modulo) vale:

$$Z_{//} = \frac{R + jX_L}{2}$$

$$Z_{tot} = Z_{//} - jX_C = \frac{R}{2} + j\left(\frac{X_L}{2} - X_C\right)$$

$$Q = 0 \quad \Rightarrow \quad X_{tot} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_{tot} = \frac{R}{2}$$ ($X_{tot} = 0 \Rightarrow$ *risonanza* $\Rightarrow$ comportamento resistivo)

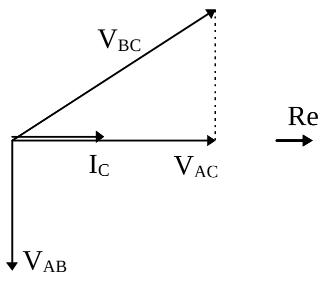
Si ponga $\vec{V}_{AC}$ sull'asse Reale $\Rightarrow$ anche la corrente entrante $\vec{I}_C$ nel circuito sarà reale (in quanto il bipolo, nel complesso, è solo resistivo):

$$\vec{I}_C = \frac{2 \cdot V_{AC}}{R}$$

$$\vec{V}_{BC} = \vec{Z}_{//} \cdot \vec{I}_C = \frac{(R + jR)}{2} \cdot \frac{2 \cdot V_{AC}}{R} = V_{AC} \cdot (1 + j) = \sqrt{2} \cdot V_{AC} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \cdot 200 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ V}$$

$$\vec{V}_{AB} = -j \cdot X_C \cdot \vec{I}_C = -j \cdot X_C \cdot \frac{2 \cdot \vec{V}_{AC}}{R} = -j \cdot X_C \cdot \frac{\vec{V}_{AC}}{X_C} = -j \cdot \vec{V}_{AC} = 200 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{ V}$$

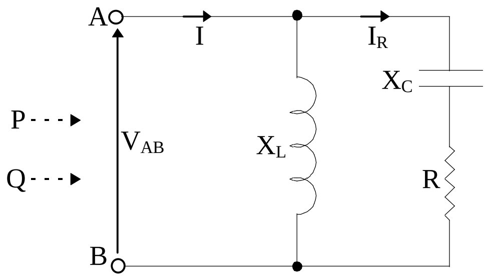
$$\boxed{\begin{aligned} \vec{V}_{BC} &= \sqrt{2} \cdot 200 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ V} \\ \vec{V}_{AB} &= 200 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{ V} \end{aligned}}$$



ESERCIZIO 11.3

Determinare X_L e X_C sapendo che:

- $I = 1$ A
- $P = 100$ W
- $Q = 100$ Var
- $R = 100\ \Omega$



Soluzione

La potenza attiva P entrante nel circuito è tutta assorbita dalla resistenza R, per cui si può calcolare la corrente che la percorre:

$$I_R = \sqrt{\frac{P}{R}} = 1\ \text{A}$$

la potenza apparente entrante nel circuito vale:

$$A = \sqrt{P^2 + Q^2} = 100 \cdot \sqrt{2}\ \text{VA}$$

per cui la tensione ai morsetti AB di ingresso sarà:

$$V_{AB} = \frac{A}{I} = 100 \cdot \sqrt{2}\ \text{V}$$

la stessa tensione è quella che si ha sul ramo con R e C, per cui:

$$V_{AB} = \left|(R - jX_C)\right| \cdot I_R = \sqrt{R^2 + X_C^2} \cdot I_R \quad \Rightarrow \quad \sqrt{100^2 + X_C^2} = 100 \cdot \sqrt{2}\ \text{V}$$ da cui:

$X_C = 100\ \Omega$

Per determinare X_L si valutino le potenze reattive:

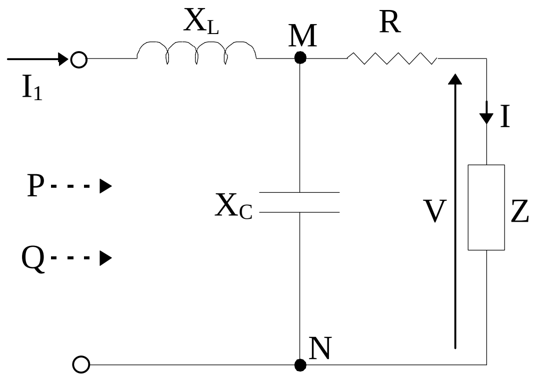
$$\begin{cases} Q_{X_L} = \dfrac{V^2}{X_L} = \dfrac{2 \cdot 10^4}{X_L} \\ Q_{X_C} = -X_C \cdot I_R^2 = -X_C \quad \Rightarrow \quad X_L = 100\ \Omega \\ Q_{X_L} + Q_{X_C} = 100\ \text{VAr} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} X_L &= 100\ \Omega \\ X_C &= 100\ \Omega \end{aligned}}$$

ESERCIZIO 11.4

Calcolare I_1, P e Q sapendo che:

$$\begin{cases} R = 10\ \Omega \\ X_L = 10\ \Omega \\ X_C = -100\ \Omega \end{cases} \qquad \begin{cases} |I| = 2\ \text{A} \\ |V| = 100\ \text{V} \\ \angle\vec{V} = 0° \\ \angle\vec{Z} = \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$



Soluzione

La tensione V è sull'asse reale $\quad \vec{V} = 100 \cdot e^{j0°} = 100\ \text{V}$

è nota la fase dell'impedenza, ma non il suo modulo: $\quad \vec{Z} \qquad \vec{Z} = |\vec{Z}| \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}\ \Omega$

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{100}{|\vec{Z}| \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}} = 2 \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}}\ \text{A}$$

per cui si può ricavare il modulo di $\vec{Z}$: $\quad |\vec{Z}| = \left|\frac{V}{I}\right| = \frac{100}{2} = 50\ \Omega \quad \Rightarrow \quad \vec{Z} = 50 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}\ \Omega$

$\vec{Z}$ è in serie alla resistenza R: $\quad \vec{Z}' = \vec{Z} + R = (35 + j43{,}3)\ \Omega$

da cui il parallelo ai morsetti MN: $\quad \vec{Z}_{MN} = \dfrac{(35 + j43{,}3) \cdot (-j100)}{(35 + j43{,}3) + (-j100)} = (78{,}82 + j27{,}71)\ \Omega$

e l'impedenza totale del circuito: $\quad \vec{Z}_{tot} = (78{,}82 + j \cdot 37{,}71)\ \Omega$.

La tensione tra i nodi MN vale: $\quad \vec{V}_{MN} = \vec{Z}' \cdot \vec{I} = \left(55{,}67 \cdot e^{j \cdot 51{,}05}\right) \cdot \left(2 \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}}\right) = 111{,}35 \cdot e^{j \cdot 8{,}94°}\ \text{V}$

da cui la corrente nel condensatore C: $\quad \vec{I}_C = \dfrac{V_{MN}}{-j \cdot 100} = j \cdot 1{,}11 \cdot e^{j \cdot 8{,}94°} = 1{,}11 \cdot e^{j \cdot 81{,}06°}\ \text{A}$

e quella totale $\quad \vec{I}_1 = \vec{I} + \vec{I}_C = 1{,}33 \cdot e^{-j \cdot 28{,}37}\ \text{A}$

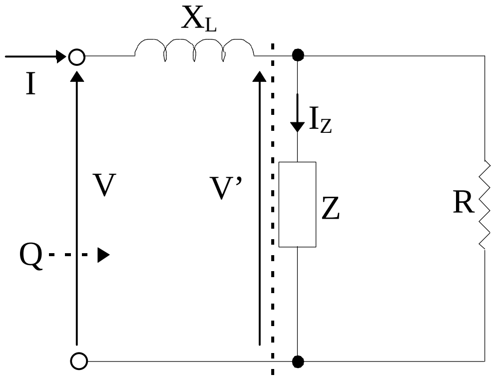
$$P_{TOT} = R_{TOT} \cdot I_1^2 = 139{,}4\ \text{W}$$
$$Q_{TOT} = X_{TOT} \cdot I_1^2 = 66{,}7\ \text{VAr}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{I}_1 = 1{,}33 \cdot e^{-j28{,}37}\ \text{A} \\ &P_{TOT} = 139{,}4\ \text{W} \\ &Q_{TOT} = 66{,}7\ \text{VAr} \end{aligned}}$$

ESERCIZIO 11.5

Determinare $\vec{Z}$ (intesa come serie di R e X) sapendo che:

$$\begin{cases} |I| = 5\ \text{A} \\ |V| = 400\ \text{V} \\ Q = 1600\ \text{VAr} \\ X_L = 20\ \Omega \\ R = 200\ \Omega \end{cases}$$



Soluzione

$$A = |V| \cdot |I| = 2\ \text{kVA}$$

$$P = \sqrt{A^2 - Q^2} = 1200\ \text{W}$$

$$Q_{X_L} = X_L \cdot I^2 = 500\ \text{VAr}$$

$\Rightarrow \quad Q' = Q - Q_{X_L} = 1100\ \text{VAr}$ (avendo indicato con il pedice ’ la sezione dopo l’induttanza)

$$\Rightarrow \quad A' = \sqrt{P^2 + Q'^2} = 1627{,}8\ \text{VA}$$

La tensione sarà pertanto:

$$V' = \frac{A'}{I} = 325{,}57\ \text{V}$$

$$P_R = \frac{V'^2}{R} = 530\ \text{W} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} P_{RZ} = P - P_R = 670\ \text{W} \\ Q_{RZ} = 1100\ \text{VAr} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \varphi_Z = \text{arctg}\left(\frac{Q_{RZ}}{P_{RZ}}\right) = 58{,}65°$$

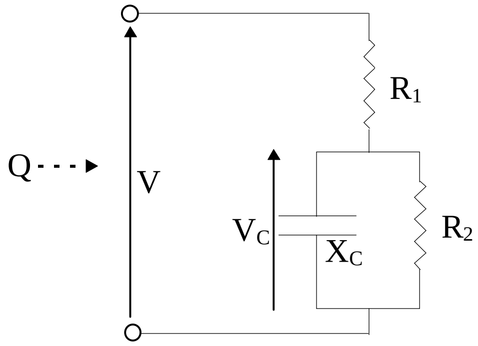
$$I_Z = \frac{P_Z}{V' \cdot \cos\varphi_Z} = 3{,}95\ \text{A} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R_Z = \dfrac{P_Z}{I_Z^2} = 42{,}8\ \Omega \\ X_Z = \dfrac{Q_Z}{I_Z^2} = 70{,}28\ \Omega \end{cases}$$

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} R_Z = 42{,}8\ \Omega \\ X_Z = 70{,}28\ \Omega \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad Z = (42{,}8 + j \cdot 70{,}28)\ \Omega}$$

ESERCIZIO 11.6

Determinare $|V|$ sapendo che:

$$\begin{cases} R_1 = R_2 = 100\ \Omega \\ X_C = -100\ \Omega \\ Q = -10\ \text{VAr} \end{cases}$$



Soluzione

Poichè l'intera potenza reattiva Q è da imputare al condensatore, la tensione sarà:

$$V_C = \sqrt{Q \cdot X_C} = 31{,}62\ \text{V}$$

da cui la corrente nella resistenza R_2 e nel condensatore C:

$$\begin{cases} I_{R_2} = \dfrac{V_C}{R_2} = 0{,}316\ \text{A} \\ I_C = \sqrt{\dfrac{Q}{X_C}} = 0{,}316\ \text{A} \end{cases}$$

le 2 componenti (di pari modulo) sono in quadratura tra loro, per cui il modulo della corrente complessiva sarà:

$$\left|\vec{I}\right| = \sqrt{I_{R_2}^2 + I_C^2} = 0{,}316 \cdot \sqrt{2}\ \text{A}$$

L'impedenza totale del circuito vale:

$$Z_{tot} = 100 + \frac{-j \cdot 100 \cdot 100}{100 - j \cdot 100} = (150 - j \cdot 50)\ \Omega$$

e quindi la tensione all'ingresso:

$$|V| = |Z| \cdot |I| = 70{,}7\ \text{V}$$

$$\boxed{|V| = 70{,}7\ \text{V}}$$