Schede di Elettrotecnica

Corso di Elettrotecnica 1 - Cod. 9200 N
Diploma Universitario Teledidattico in
Ingegneria Informatica ed Automatica
Polo Tecnologico di Alessandria

A cura di Luca FERRARIS

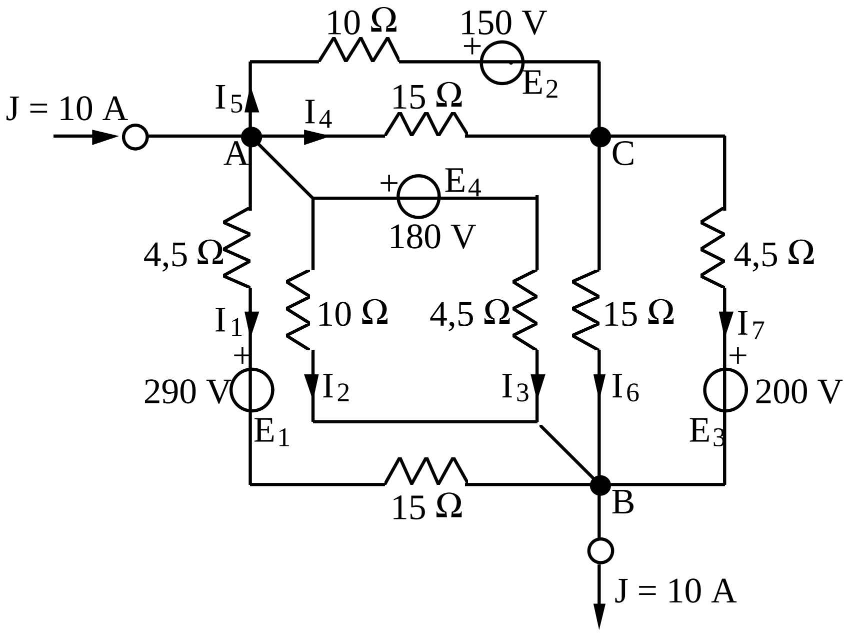
Scheda N° 5

Circuiti in Corrente Continua:

- Metodo del potenziale ai nodi
- Metodo delle correnti di maglia
- Thevenin
- Sovrapposizione degli effetti

ESERCIZIO 5.1

Dato il circuito indicato in figura, calcolare la tensione V_{AB} con il metodo del potenziale ai nodi.



Soluzione
Si sceglie V_B come potenziale di riferimento $\Rightarrow$ tutti i potenziali saranno riferiti a V_B.

Esprimiamo le correnti dei rami in funzione dei potenziali ai nodi, e quindi scriviamo le equazioni di Kirchhoff per i nodi A e C:

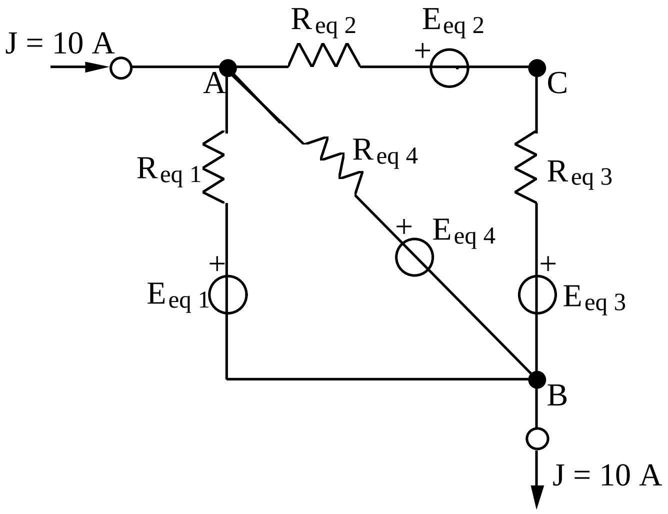
$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{V_A - 290}{19.5} \\ I_2 = \dfrac{V_A}{10} \\ I_3 = \dfrac{V_A - 180}{4.5} \\ I_4 = \dfrac{V_A - V_C}{15} \\ I_5 = \dfrac{V_A - V_C - 150}{10} \\ I_6 = \dfrac{V_C}{15} \\ I_7 = \dfrac{V_C - 200}{4.5} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} J = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 \\ I_5 + I_4 = I_6 + I_7 \end{cases}$$

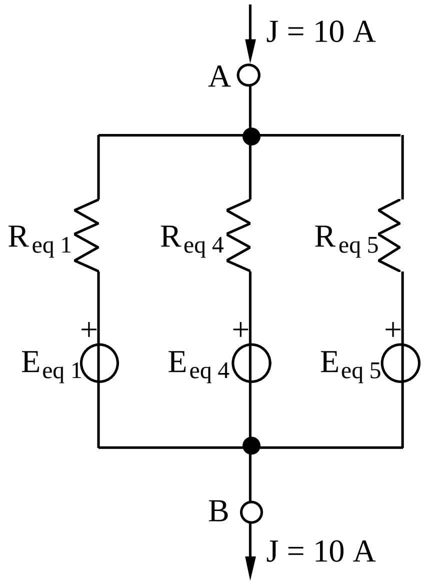
Sostituendo le correnti nel 2° sistema di equazioni si possono calcolare V_A e V_C:

$$\begin{cases} V_A = 190 \text{ V} \\ V_C = 134{,}14 \text{ V} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad V_{AB} = V_A - V_B = 190 - 0 = 190 \text{ V}$$

ESERCIZIO 5.2

Risolvere l'esercizio precedente utilizzando il Teorema del generatore equivalente di Thevenin





$$\begin{cases} E_{eq_1} = E_1 = 290\ \text{V} \\ R_{eq_1} = 4{,}5 + 15 = 19{,}5\ \Omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{eq_2} = 150 \cdot \dfrac{15}{25} = 90\ \text{V} \\ R_{eq_2} = 10//15 = 6\ \Omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{eq_5} = E_{eq_2} + E_{eq_3} = 243{,}846\ \text{V} \\ R_{eq_5} = R_{eq_2} + R_{eq_3} = 9{,}462\ \Omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{eq_3} = 200 \cdot \dfrac{15}{19{,}5} = 153{,}846\ \text{V} \\ R_{eq_3} = 4{,}5//15 = 3{,}462\ \Omega \end{cases}$$

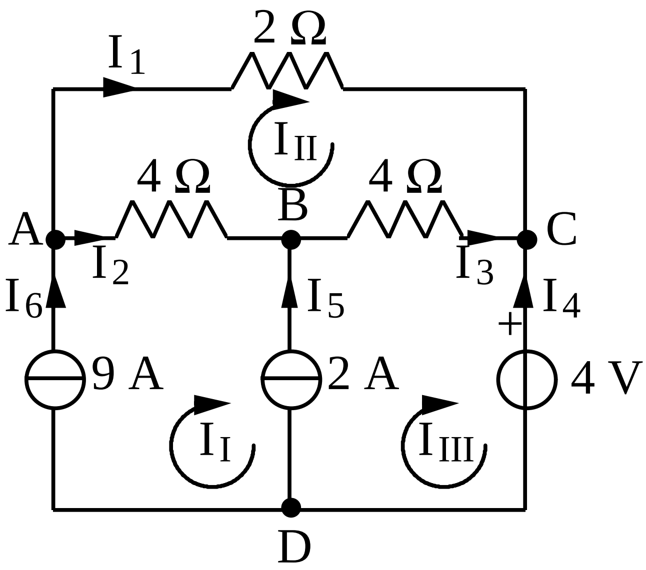
$$\begin{cases} E_{eq_4} = 180 \cdot \dfrac{10}{14{,}5} = 124{,}138\ \text{V} \\ R_{eq_4} = 4{,}5//10 = 3{,}103\ \Omega \end{cases}$$

A questo punto si può applicare il Teorema di Millman:

$$V_{AB} = \frac{\dfrac{E_{eq_1}}{R_{eq_1}} + \dfrac{E_{eq_4}}{R_{eq_4}} + \dfrac{E_{eq_5}}{R_{eq_5}} + J}{\dfrac{1}{R_{eq_1}} + \dfrac{1}{R_{eq_4}} + \dfrac{1}{R_{eq_5}}} = 189{,}246\ \text{V}$$

ESERCIZIO 5.3

Calcolare la tensione ai capi del generatore di corrente V_{BD} utilizzando il Metodo delle correnti di maglia.



Soluzione
- 6 lati
- 4 nodi ⇒ 3 nodi l.i.
- 3 maglie l.i.

Si considerano come variabili le 3 correnti di maglia l.i.:
I_I, I_{II}, I_{III}, dopodiché si esprimono le correnti dei singoli rami in funzione di tali correnti di maglia (o cicliche).
Infine si scrivono le equazioni alle maglie (2° Principio di Kirchhoff), la cui risoluzione porta a determinare le correnti incognite I_I, I_{II} e I_{III}.

$$\begin{cases} I_1 = I_{II} \\ I_2 = I_I - I_{II} \\ I_3 = I_{III} - I_{II} \\ I_4 = -I_{III} \\ I_5 = I_{III} - I_I = 2\text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_{III} = 11\text{ A} \quad \Rightarrow \\ I_6 = I_I = 9\text{ A} \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = I_{II} \\ I_2 = 9 - I_{II} \\ I_3 = 11 - I_{II} \\ I_4 = -11\text{ A} \\ I_5 = 2\text{ A} \\ I_6 = 9\text{ A} \end{cases} \quad (*)\begin{cases} I_1 = 8\text{ A} \\ I_2 = 1\text{ A} \\ I_3 = 3\text{ A} \\ I_4 = -11\text{ A} \\ I_5 = 2\text{ A} \\ I_6 = 9\text{ A} \end{cases}$$

Per determinare la corrente mancante I_{II} si può scrivere un'equazione alla maglia II:

$4 \cdot I_2 - 2 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3 = 0$ sostituendo le espressioni appena ricavate si ottiene:

$4 \cdot (9 - I_{II}) - 2 \cdot I_{II} + 4 \cdot (11 - I_{II}) = 0$ da cui si ricava I_{II} = 8 A, che permette di completare tutte le correnti come indicato nell'espressione (*) su scritta.

E' semplice ora calcolare V_{BD} scrivendo un'equazione alla maglia III:

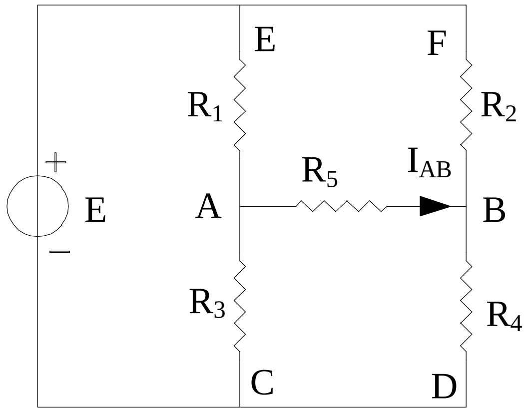
$$V_{BD} - 4 \cdot I_3 - 4 = 0$$

da cui: $\boxed{V_{BD} = 16\text{ V}}$

ESERCIZIO 5.4

Dato il circuito illustrato in figura, calcolare la corrente che circola tra i morsetti A e B, noti i seguenti valori:

- R_1= 10Ω
- R_2= 20Ω
- R_3= 40Ω
- R_4= 5Ω
- R_5= 40Ω
- E =200V



Circuito equivalente di Thevenin tra i morsetti A e B:

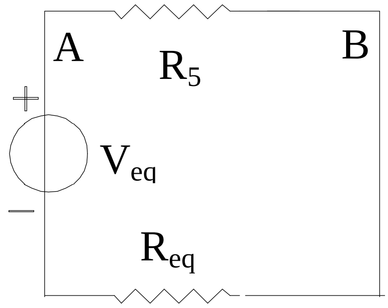
$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1} = \frac{10 \cdot 40}{10+40} + \frac{20 \cdot 5}{20+5} = 8 + 4 = 12\ \Omega$$

Per calcolare la tensione equivalente si può procedere scrivendo l'equazione alla maglia ABCD dopo aver calcolato V_{AC} e V_{BD} sfruttando il fatto che, poiché i morsetti A e B sono aperti, i rami CAE e DBF si comportano come partitori di tensione:

$$V_{AB} = V_{AC} - V_{BD} = 120\ V$$

Ora, noti tutti i valori che ci servivano possiamo calcolare la corrente incognita:

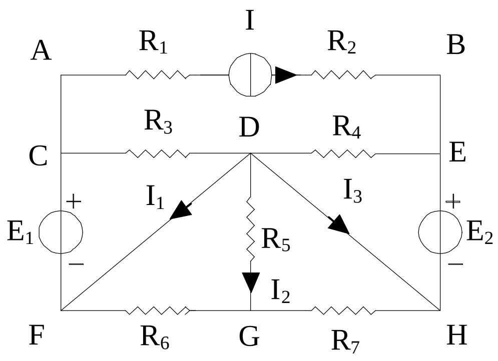
$$\boxed{I_{AB} = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_5} = \frac{120}{12+40} = 2{,}3\ A}$$



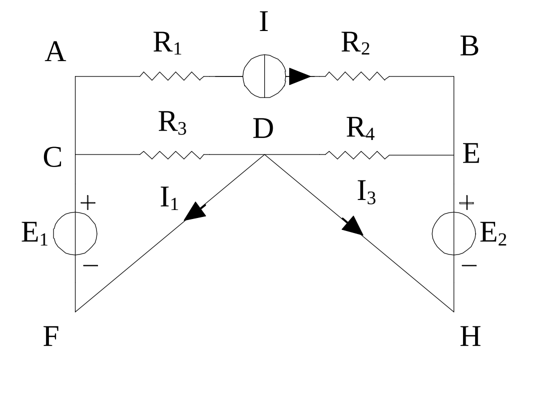
ESERCIZIO 5.5

Considerando il circuito in figura, calcolare il valore delle correnti I_1, I_2, I_3 con i seguenti dati:

- $R_1 = 25\ \Omega$
- $R_2 = 15\ \Omega$
- $R_3 = 25\ \Omega$
- $R_4 = 10\ \Omega$
- $R_5 = 15\ \Omega$
- $R_6 = 10\ \Omega$
- $R_7 = 20\ \Omega$
- $E_1 = 50$ V
- $E_2 = 100$ V
- $I = 3$ A



La prima osservazione che bisogna fare riguarda la corrente I_2; infatti le resistenze R_5, R_6 e R_7 sono inserite tra i nodi F, H e D che sono collegati tra loro da corto-circuiti; pertanto le suddette resistenze non potranno mai essere percorse da corrente; notato ciò possiamo ridisegnare il circuito come nella figura accanto e anche asserire che: $\boxed{I_2 = 0}$



Per calcolare le altre correnti facciamo uso del *Teorema di sovrapposizione degli effetti*.

<u>Effetto del generatore di tensione E_1.</u>

$$\begin{cases} I_1' = \dfrac{E_1}{R_3} = \dfrac{50}{25} = 2\ \text{A} \\ I_3' = 0 \end{cases}$$

<u>Effetto del generatore di tensione E_2.</u>

$$\begin{cases} I_3'' = \dfrac{E_2}{R_4} = \dfrac{100}{10} = 10\ \text{A} \\ I_1'' = 0 \end{cases}$$

<u>Effetto del generatore di corrente A.</u>

$$\begin{cases} I_1''' = 3\ \text{A} \\ I_3''' = -3\ \text{A} \end{cases}$$

Applicando il teorema della sovrapposizione troviamo che:

$$\begin{cases} I_1 = I_1' + I_1'' + I_1''' = +2 + 0 + 3 = 5\text{A} \\ I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = 0 + 10 - 3 = 7\text{A} \end{cases}$$

Quindi complessivamente risultano:

$$\boxed{\begin{cases} I_1 = 5\ \text{A} \\ I_2 = 0\ \text{A} \\ I_3 = 7\ \text{A} \end{cases}}$$