Schede di Elettrotecnica

Corso di Elettrotecnica 1 - Cod. 9200 N
Diploma Universitario Teledidattico in
Ingegneria Informatica ed Automatica
Polo Tecnologico di Alessandria

A cura di Luca FERRARIS

Scheda N° 3

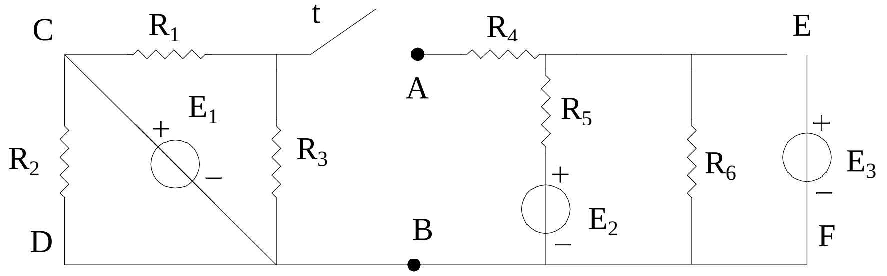
Circuiti in Corrente Continua:

- Teorema di Millman
- Circuito equivalente di Thevenin
- Principio di sovrapposizione degli effetti

ESERCIZIO 3.1

Dato il circuito in figura calcolare quale tensione deve produrre il generatore E_1 affinché chiudendo il contatto t non si abbia passaggio di corrente nell'interruttore stesso.

- $R_1 = 20\Omega$
- $R_2 = 10\Omega$
- $R_3 = 20\Omega$
- $R_4 = 10\Omega$
- $R_5 = 5\Omega$
- $R_6 = 3\Omega$
- $E_2 = 40V$
- $E_3 = 30V$



Generatore equivalente di Thevenin:
"Qualunque bipolo è rappresentabile con la serie di un generatore ideale di tensione E_{eq} (di valore uguale alla tensione a vuoto del bipolo stesso) e di una resistenza R_{eq} (di valore pari a quella che si vede dai morsetti del bipolo quando i generatori di tensione sono stati sostituiti da corto-circuiti ed i generatori di corrente da circuiti aperti)".

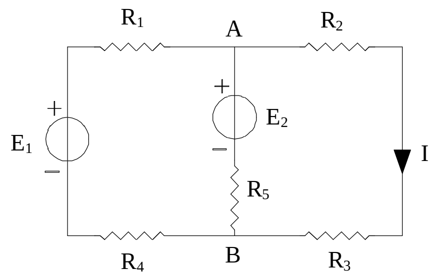
Sostituire sia la parte destra che sinistra del circuito con i rispettivi circuiti equivalenti di Thevenin:

$$\begin{bmatrix} E_{eq_{sin}} = \dfrac{E_1}{2} & R_{eq_{sin}} = 10\ \Omega \\ E_{eq_{des}} = 30\ V & R_{eq_{des}} = 10\ \Omega \end{bmatrix} \Rightarrow \quad \boxed{E_1 = 60\ V}$$

ESERCIZIO 3.2

Dato il circuito in figura calcolare l'intensità della corrente I con i seguenti dati:

- $R_1 = 5\ \Omega$
- $R_2 = 5\ \Omega$
- $R_3 = 20\ \Omega$
- $R_4 = 20\ \Omega$
- $R_5 = 50\ \Omega$
- $E_1 = 100\ V$
- $E_2 = 200\ V$



Teorema di Millman il quale afferma che:
"La tensione ai morsetti di bipoli in parallelo è la media pesata delle f.e.m. di tali bipoli, essendo pesi le loro ammettenze", ovvero:

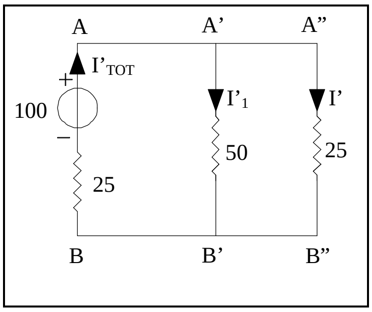
$$V_{AB} = \frac{\sum_i \frac{E_i}{R_i} + \sum_i A_i}{\sum_i \frac{1}{R_i}}$$

dove con R_i si intende la resistenza equivalente di ogni ramo, con E_i il generatore di tensione di ogni ramo (segno "+" se concorde con il potenziale del nodo *A*), con A_i (positivo se entrante nel nodo *A*) il generatore di corrente ed *i* è un indice per indicare tutti i rami.

$$V_{AB} = \frac{\left(\frac{E_1}{R_1 + R_4} + \frac{E_2}{R_5}\right)}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_5}} = 80V \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 3{,}2A}$$

ESERCIZIO 3.3

Risolvere l'esercizio precedente utilizzando la *sovrapposizione degli effetti*.

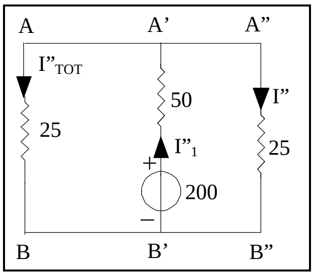


Effetto di E_1

$$R_{eq}' = 25 + \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = 41{,}67\Omega$$

$$I_{TOT}' = \frac{100}{41{,}67} = 2{,}4A$$

$$I' = \frac{50}{50+25} * I_{TOT}' = 0{,}67 * 2{,}4 = 1{,}6A$$



Effetto di E_2

$$R_{eq}'' = 50 + \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{25}\right)^{-1} = 62.5\Omega$$

$$I_{TOT}'' = \frac{200}{62{,}5} = 3{,}2A$$

$$I'' = \frac{25}{25+25} * I_{TOT}'' = 0{,}5 * 3{,}2 = 1{,}6A$$

Quindi applicando il teorema della sovrapposizione degli effetti troviamo che:

$$I = I' + I'' = 1{,}6 + 1{,}6 = 3{,}2A \qquad \boxed{I = 3{,}2A}$$

ESERCIZIO 3.4

Risolvere l'es. 3.2 utilizzando il *teorema di Thevenin*.

Il teorema di Thevenin ci permette di ridurre il circuito come rappresentato in figura 1. Con riferimento alla figura 2 calcoliamo la R_{eq} e la V_{eq}; per trovare il valore di V_{eq} notiamo che essa coincide con V_{AB} che può essere determinata facilmente utilizzando il teorema di Millman. Pertanto risulta facile vedere che:

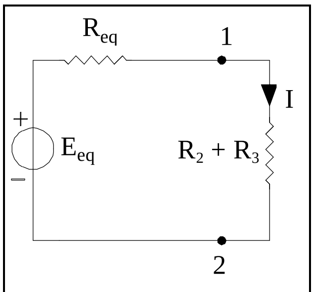


Figura 1

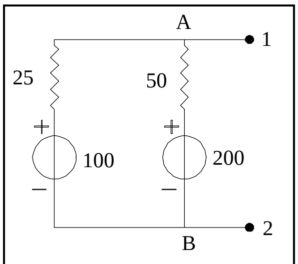


Figura 2

$$\left.\begin{aligned} R_{eq} &= \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = \frac{25 \cdot 50}{25+50} = 16{,}67\Omega \\ V_{eq} &= \frac{\frac{100}{25} + \frac{200}{50}}{\frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = 133{,}3V \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{I = 3{,}2A}$$

ESERCIZIO 3.5

Dato il circuito in figura 3 calcolare il valore delle seguenti incognite:

?. I_1
?. I_2
?. I_3
?. I_4
?. V_5

I dati sono i seguenti:

- $R_1 = 25\ \Omega$
- $R_2 = 20\ \Omega$
- $R_3 = 10\ \Omega$
- $R_4 = 90\ \Omega$
- $I_g = 1000$ A
- $V_g = 200$ V

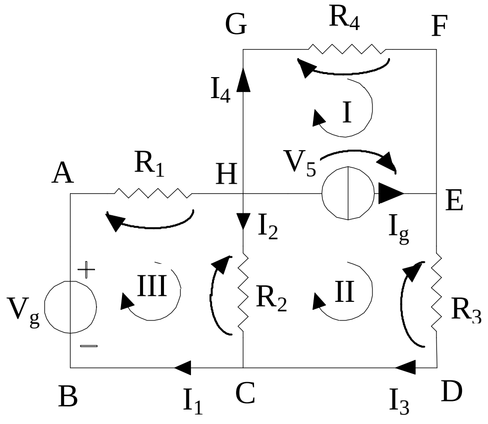


Figura 3

Una prima idea che potrebbe venire per risolvere questo problema è applicare il *teorema di Kirchoff*.

$$\begin{cases} -R_4 \cdot I_4 - V_5 = 0 \\ V_5 - I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 = 0 \\ -I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 + V_g = 0 \\ I_4 + I_g = I_3 \\ I_1 = I_4 + I_g + I_2 \end{cases}$$

Questo sistema sebbene risolubile necessiterebbe di conti lunghi, complicati e sede di facili errori e quindi risulta molto più conveniente cercare una diversa via per la soluzione del problema che può essere trovata sostituendo alcuni blocchi del circuito con i relativi *equivalenti di Thevenin*.

Si è scelto di sostituire la maglia EHFG riportando il tutto al circuito in figura 4.

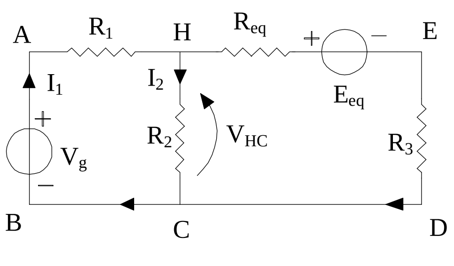


Figura 4

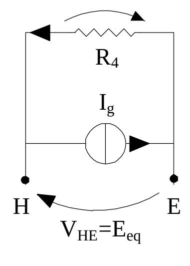


Figura 5

E' facile osservando la figura 5 calcolare che:

$$\begin{cases} R_{eq} = R_4 = 90\ \Omega \\ V_{eq} = -R_4 \cdot I_g = -90 \cdot 1000 = -90000\ \text{V} \end{cases}$$

Applicando il teorema di Millman, la legge di Ohm e l'equilibrio ai nodi si trova che: V_{HC} = - 8920 V

- I_1 = 364.8 A
- I_2 = -446 A
- I_3 =810.8 A
- I_4 = -189.2 A
- V_5 = 17028 V