



Esercitazione 6

• Esercizio 1

Calcola :

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \frac{2-j}{4-j} & \text{b)} \frac{3-2j}{1+2j} & \text{c)} \frac{5+5j}{1+2j} + \frac{20}{4+3j} & \text{d)} (1+j)^2 - j & \text{e)} 1 + e^{\frac{2j\pi}{3}} + e^{-\frac{2j\pi}{3}} \\ \text{f)} \frac{j^4 + j^9 + j^{16}}{2-j^5 + j^{10} - j^{15}} & \text{g)} \left\langle \frac{1+j}{1-j} \right\rangle & \text{h)} e^{\frac{j\pi}{2}} & \text{m)} e^{j\pi} & \text{n)} e^{-\frac{j\pi}{4}} \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllll} \text{Risposte : a)} \frac{11}{17} - \frac{10}{17}j & \text{b)} \sqrt{\frac{13}{5}} & \text{c)} 3-j & \text{d)} j & \text{e)} 0 & \text{f)} 2+j & \text{g)} \frac{\pi}{2} & \text{h)} j \\ \text{m)} -1 & \text{n)} \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}$$

• Esercizio 2

Esprimere in forma esponenziale

$$\begin{array}{llllllll} \text{a)} 2-2j & \text{b)} -1+j\sqrt{3} & \text{c)} 2\sqrt{2} + j2\sqrt{2} & \text{d)} -j & \text{e)} -4 & \text{f)} -2\sqrt{3} - j2 & \text{g)} \sqrt{2} \\ \text{h)} \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllll} \text{Risposte: a)} 2\sqrt{2}e^{7j\frac{\pi}{4}} & \text{b)} 2e^{2j\frac{\pi}{3}} & \text{c)} 4e^{j\frac{\pi}{4}} & \text{d)} e^{-j\frac{\pi}{2}} & \text{e)} 4e^{j\pi} & \text{f)} 4e^{7j\frac{\pi}{6}} \\ \text{g)} \sqrt{2} & \text{h)} \sqrt{3}e^{5j\frac{\pi}{3}} \end{array}$$

• Esercizio 3

Calcolare modulo e fase

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} 1-j & \text{b)} -j & \text{c)} -3 & \text{d)} -1-j & \text{e)} -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll} \text{Risposte: a)} \sqrt{2}, -\frac{\pi}{4} & \text{b)} 1, -\frac{\pi}{2} & \text{c)} 3, \pi & \text{d)} \sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4} & \text{e)} 1, \frac{5\pi}{6} \end{array}$$



Esercitazione 6

• **Esercizio 4**

Determinare i fasori relativi alle seguenti funzioni sinusoidali

$$f_1(t) = -3 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \quad f_2(t) = -\sin\left(-\omega t + \frac{2\pi}{15}\right)$$

$$f_3(t) = \sin^2(\omega t) \quad f_4(t) = \frac{d^3}{dt^3} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Risposte: $F_1 = e^{3j120^\circ}$ $F_2 = e^{-j130^\circ}$ $F_3 = \text{non esiste}$
 $F_4 = j\omega^3 e^{-j60^\circ}$

• **Esercizio 5**

Determinare il valore efficace e la fase delle seguenti funzioni sinusoidali, servendosi della rappresentazione dei fasori

$$f_1 = \cos(\omega t) - \sin(\omega t) \quad f_2 = \frac{d^{10}}{dt^{10}} \sin\left(-3t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Risposte: $f_1: 1, -\frac{\pi}{4}$ $f_2: \frac{3^{10}}{\sqrt{2}}, -135^\circ$

• **Esercizio 6**

Determinare le funzioni sinusoidali associate ai seguenti fasori

$$F_1 = 10 \quad F_2 = j10 \quad F_3 = 10 - j10 \quad F_4 = -5e^{-j\frac{\pi}{3}}$$

Risposte: $f_1(t) = 10 \cos(\omega t)$ $f_2(t) = -10 \sin(\omega t)$

$$f_3(t) = 10 \cos(\omega t) + 10 \sin(\omega t) \quad f_4(t) = -5 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Esercitazione 6**• Esercizio 7**

Porre in forma standard le seguenti funzioni sinusoidali

$$f_1(t) = \cos(\omega t) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$f_2(t) = 3\cos(t) + \frac{d}{dt} \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$$

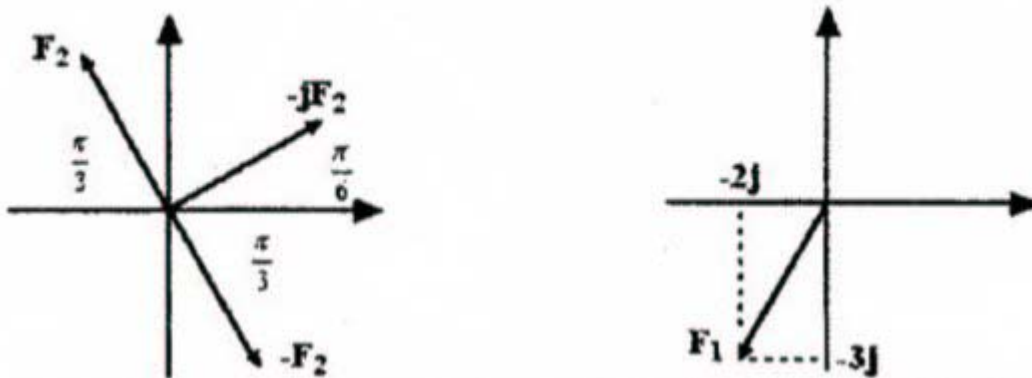
Risposta : $f_1(t) = 0$ $f_2(t) = \sqrt{10 + 3\sqrt{3}} \cos\left[t + a \tan\left(\frac{1}{6 + \sqrt{3}}\right)\right]$

• Esercizio 8

Rappresentare graficamente i fasori relativi alle seguenti funzioni sinusoidali

$$f_1 = 3\sin(\omega t) - 2\cos(\omega t) \quad f_2(t) = -4\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

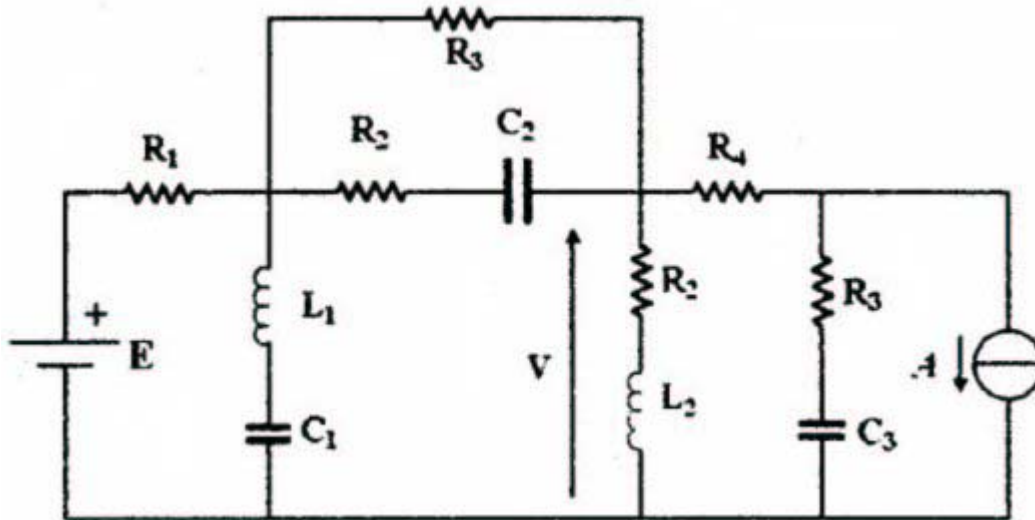
Risposta:



Esercitazione 6

• **Esercizio 9**

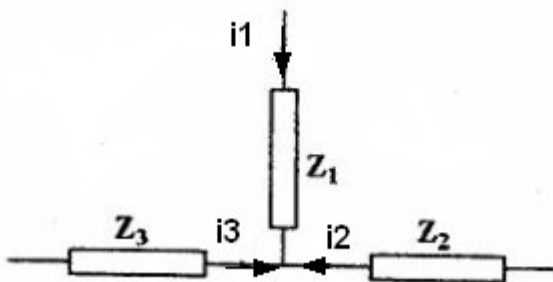
Calcolare V a regime, considerando E ed A costanti



Risposta :
$$V = \frac{\frac{E}{R_1 + R_2} - A}{\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{R_2}}$$

• **Esercizio 10**

Note le correnti $i_1(t) = 2 \cos(\omega t)$ e $i_2(t) = -2 \sin(\omega t)$, determinare per quale istante t il bipolo Z_3 è equivalente ad un circuito aperto

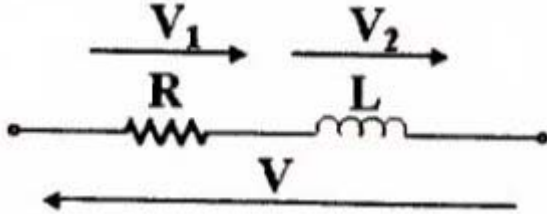


Risposta : Il bipolo è Z_3 è un c.a. per $t_k = (k - 0.25)s$, con k intero

Esercitazione 6

• **Esercizio 11**

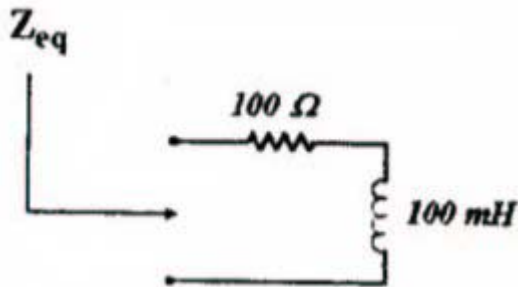
a) Noti $|V_1|=1\text{ V}$ e $|V_2|=1\text{ V}$, determinare il valore efficace di V . b) Se i valori efficaci V_1 e V_2 sono pari a $V_{c1} = V_{c2} = 1\text{ V}$, quanto vale il valore efficace di V ?



Risposta : (a) $V_c=1\text{ V}$ (b) $V_c=\sqrt{2}\text{ V}$

• **Esercizio 12**

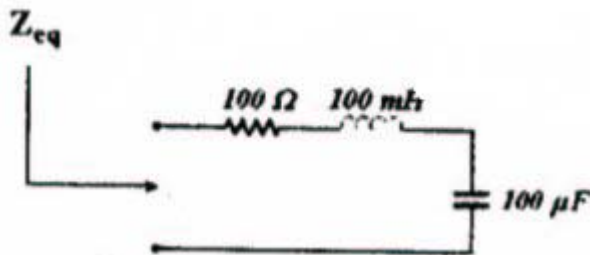
Calcolare l'impedenza Z_{eq} alla pulsazione $\omega=100\text{ rad/s}$



Risposta : $Z_{eq}=(100+j10)\Omega$

• **Esercizio 13**

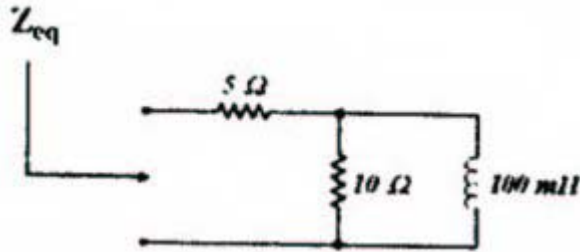
Calcolare l'impedenza Z_{eq} alle pulsazioni $\omega_1=10^3\text{ rad/s}$, $\omega_2=10^2\text{ rad/s}$ e $\omega_3=100\sqrt{10}\text{ rad/s}$



Risposta : $\omega_1: Z_{eq} = (100+j90)\Omega$; $\omega_2: Z_{eq} = (100-j90)\Omega$; $\omega_3: Z_{eq} = 100\Omega$

Esercitazione 6**• Esercizio 14**

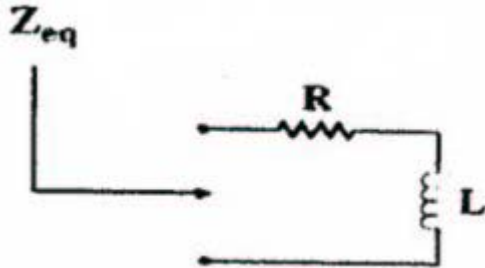
Calcolare l'impedenza Z_{eq} alla pulsazione $\omega=100$ rad/s



Risposta : $\omega: Z_{eq} = (10+j10)\Omega$

• Esercizio 15

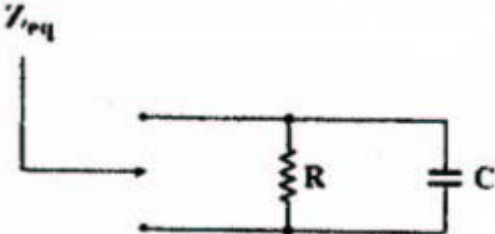
E' nota l'impedenza l' impedenza $Z_{eq} = (1+j6.28)K\Omega$ alla frequenza di 1MHz, determinare il valore dell'impedenza dello stesso alla frequenza di $f=1KHz$



Risposta : $Z_{eq} = (1+j0.628)K\Omega$

• Esercizio 16

Alla frequenza di $f=100KHz$ il bipolo in figura mostra un'impedenza $Z_{eq} = (716.975+j450.457)\Omega$, calcolare l'impedenza dello stesso bipolo a $f=1MHz$



Risposta : $Z_{eq} = (24.7045+j155.223)K\Omega$

Esercitazione 6

• **Esercizio 17**

Calcolare la conduttanza e la suscettanza relativa all'impedenza $Z=(50-j100)\Omega$

Risposta : $G=(0.004+j0.008)S$

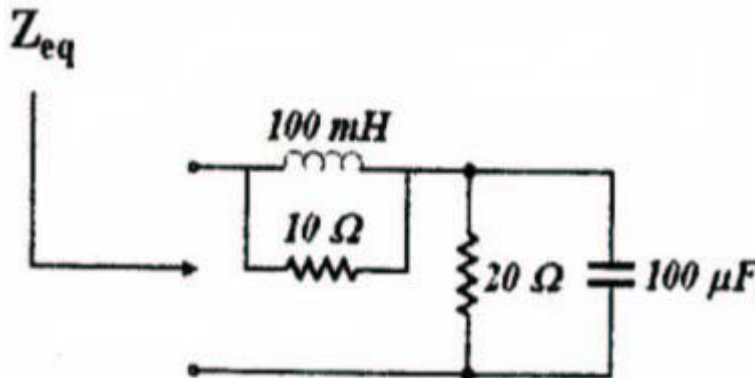
• **Esercizio 18**

Nota l'induttanza $L=100mH$, calcolarne la reattanza, l'impedenza e l'ammettenza Alle frequenze $f_1=50 Hz$ e $f_2=0.5MHz$

Risposta : Per f_1 : $X_1=31.4 \Omega$, $Z_1=j31.4 \Omega$, $Y_1=-j(1/31.4)S$
Per f_2 : $X_2=3.14 M\Omega$, $Z_2=j3.14 M\Omega$

• **Esercizio 19**

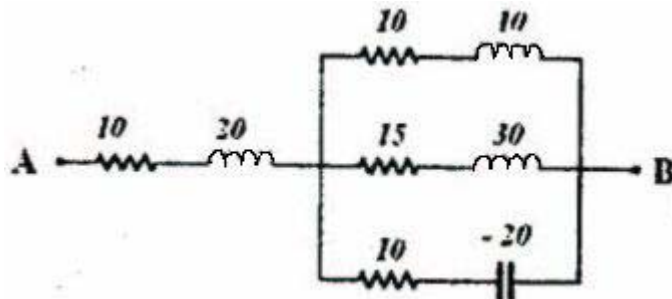
Calcolare l'impedenza Z_{eq} alla pulsazione $\omega=100 rad/s$



Risposta : $Z_{eq} = (315/13+j15/13)\Omega$

• **Esercizio 20**

Determinare l'ammettenza Y_{ab}

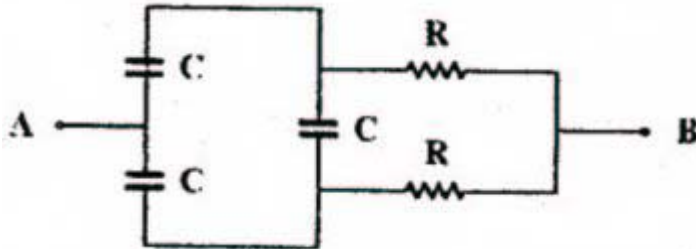


Risposta : $Y_{ab}=(0.02-j0.0245)S$

Esercitazione 6

• **Esercizio 21**

Noti i parametri $C=100/3\mu\text{F}$ e $R=100\Omega$, calcolare l'impedenza equivalente Z_{ab} per $\omega=100\text{rad/s}$ ai capi dei morsetti A e B



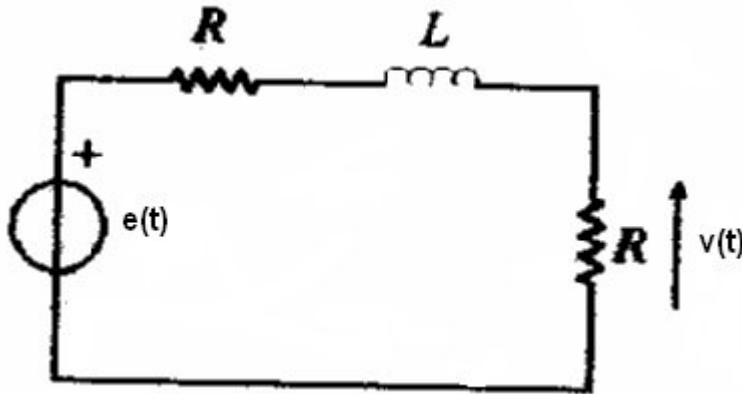
Risposta : $Z_{ab} = (50-j150)\Omega$

• **Esercizio 22**

Un bipolo ha una relazione costituita $v(t)=R(t)i(t)$, dove $R(t)=R_0+R_m\cos(\omega t)$. E' di tipo lineare, autonomo o con memoria?

• **Esercizio 23**

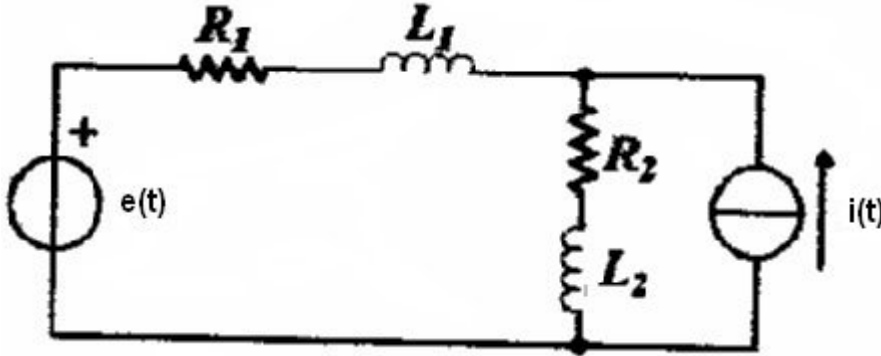
Calcolare $v(t)$, noto $e(t)=2E_0\cos^2(\omega t)$



Risposta :
$$v(t) = \frac{E_0}{2} + R_e \left[\frac{RE_0 e^{j2m}}{2R + 2j\omega L} \right]$$

Esercitazione 6**• Esercizio 24**

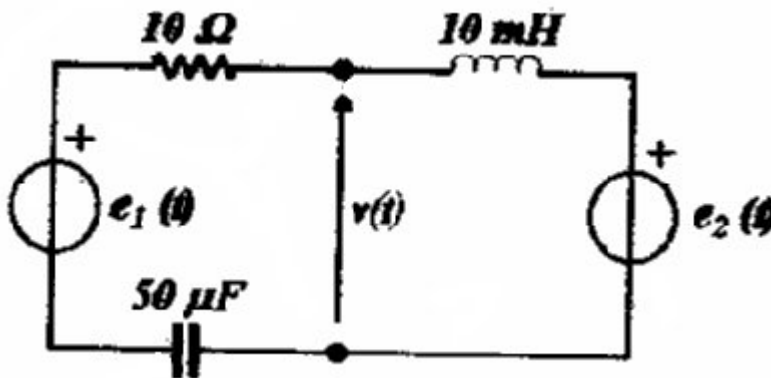
Calcolare $i(t)$ a regime, noti $e(t)=20\cos(100t)V$ e $a(t)=-3\sin(100t)A$



Risposta : $i(t)=5[\sin(100t)-\cos(100t)]A$

• Esercizio 25

Noti gli ingressi $e_1(t)=100\cos(1000t)V$ e $e_2(t)=-100\sin(1000t)V$, calcolare $v(t)$ a regime

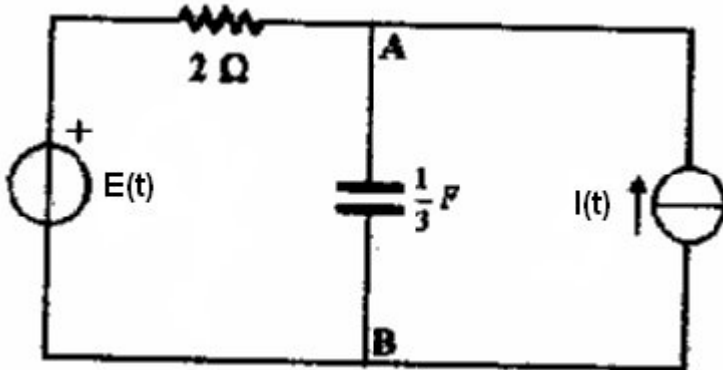


Risposta : $v(t)=-200\sin(1000t)V$

Esercitazione 6

• **Esercizio 26**

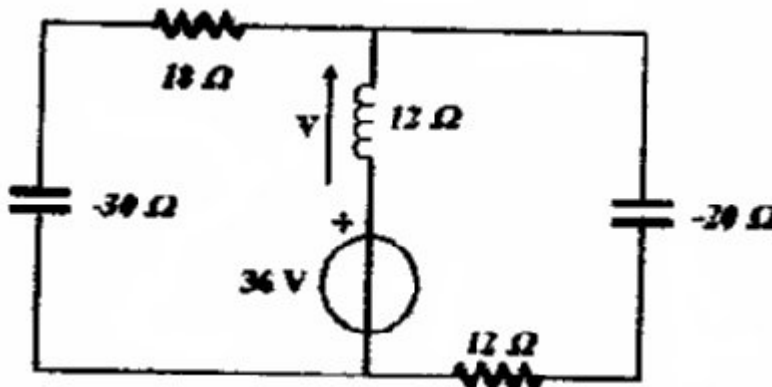
Calcolare $V_{ab}(t)$ a regime, noti i generatori $E(t)=10\sin(4t+60^\circ)V$ e $I(t)=4\cos(2t+30^\circ)A$



Risposta : $V_{ab}(t)=7.071\cos(4t-75^\circ)V+7.155\cos(2t-56.565^\circ)$

• **Esercizio 27**

Calcolare V

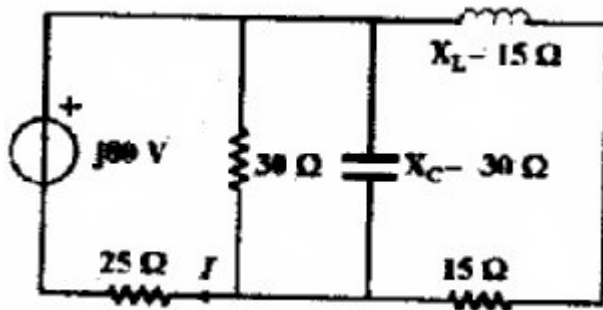


Risposta : $V=j60V$

Esercitazione 6

• **Esercizio 28**

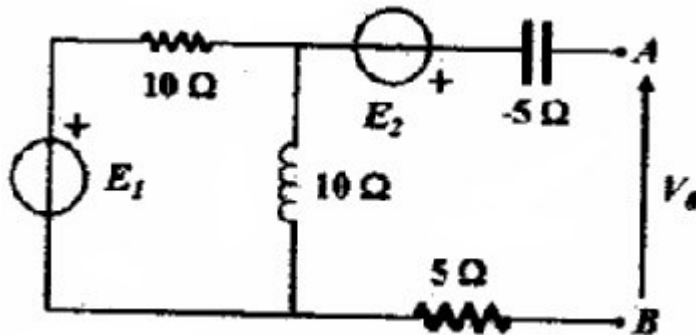
Calcolare I



Risposta : $I=j2A$

• **Esercizio 29**

Noti i generatori $E_1=10\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}V$ e $E_2=10V$. Rappresentare con Thevenin il bipolo visto dai morsetti A e B

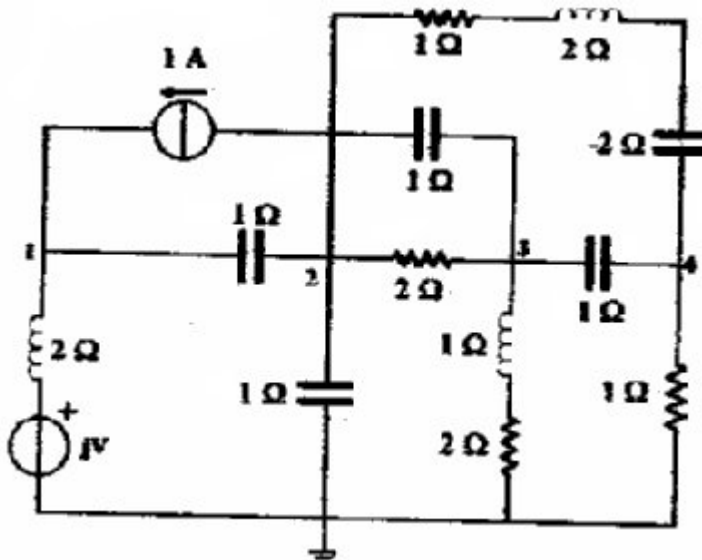


Risposta : $V_0=20V$; $Z_{eq}=5\Omega$

Esercitazione 6

• **Esercizio 30**

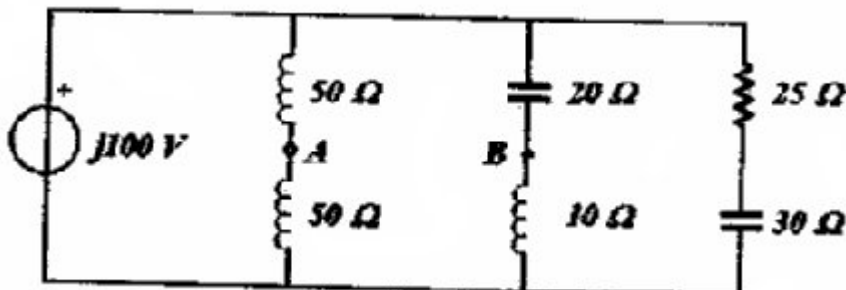
Nella rete in figura i valori dei bipoli reattivi sono intesi in Ω . Scrivere le equazioni delle tensioni ai nodi 1,2,3 e 4



Risposta : 1) $\left(\frac{2}{5} - j\frac{3}{10}\right)V_1 - \left(\frac{2}{5} - j\frac{1}{5}\right)V_2 = \frac{3}{2}$;
 2) $-\left(\frac{2}{5} + j\frac{1}{5}\right)V_1 + \left(\frac{19}{10} + j\frac{11}{5}\right)V_2 - \left(\frac{1}{2} + j\right)V_3 - V_4 = -1$;
 3) $-\left(\frac{1}{2} + j\right)V_2 + \left(\frac{9}{10} + j\frac{9}{5}\right)V_3 + jV_4 = 0$;
 4) $-V_2 - jV_3 + (2+j)V_4 = 0$

• **Esercizio 31**

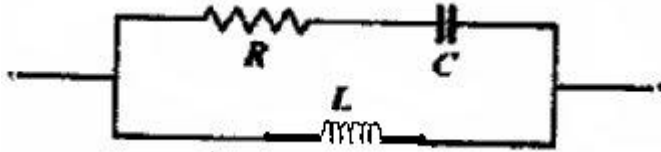
Calcolare l'equivalente di Thevenin ai morsetti A e B



Risposta : $V_0 = j150V$; $Z_{eq} = j45\Omega$

Esercitazione 6**Esercizio 32**

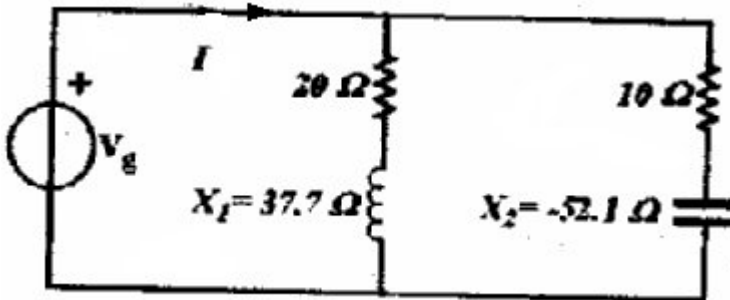
Valutare la ω alla quale il bipolo ha un comportamento puramente resistivo. Si determini in particolare per $R=5\Omega$, $L=0.1\text{H}$ $C=100\mu\text{F}$



Risposta : $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC - (RC)^2}}$

Esercizio 33

Determinare $i(t)$, sapendo che $f=60\text{Hz}$ e $V_G=230\text{V}$

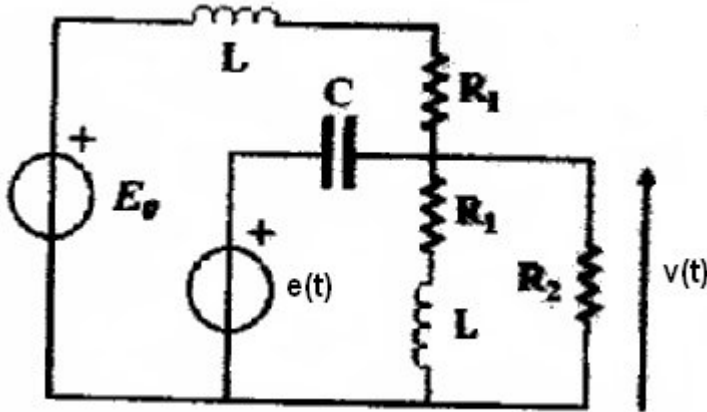


Risposta : $i(t) = 3.37 \cos(377t - 10.1^\circ) \text{A}$

Esercitazione 6

• **Esercizio 34**

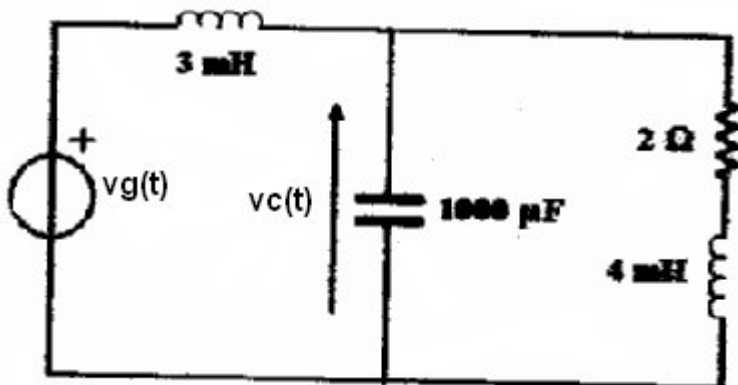
Calcolare $v(t)$, noto E_0 costante nel tempo e $e(t)=E_m \sin(\omega t + 30^\circ)$



$$\text{Risposta : } v(t) = \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1 + R_1 \parallel R_2} E_0 + R_e \left[\frac{\frac{1}{2}(R_1 + j\omega L) \parallel R_2}{\frac{1}{2}(R_1 + j\omega L) \parallel R_2 + \frac{1}{j\omega C}} E_m e^{j(\omega t - 60^\circ)} \right] V$$

• **Esercizio 35**

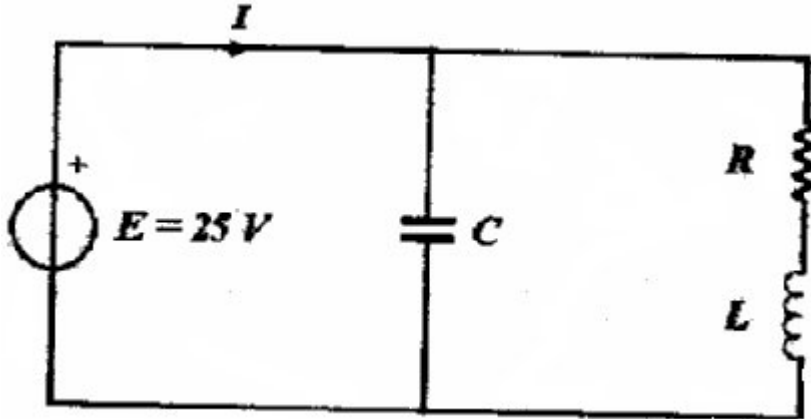
Noto $v_c(t) = 283 \sqrt{2} \cos(500t + \frac{\pi}{4}) V$, determinare il generatore $v_g(t)$



$$\text{Risposta : } v_g(t) = 206 \sqrt{2} \cos(500t + 76^\circ) V$$

• **Esercizio 36**

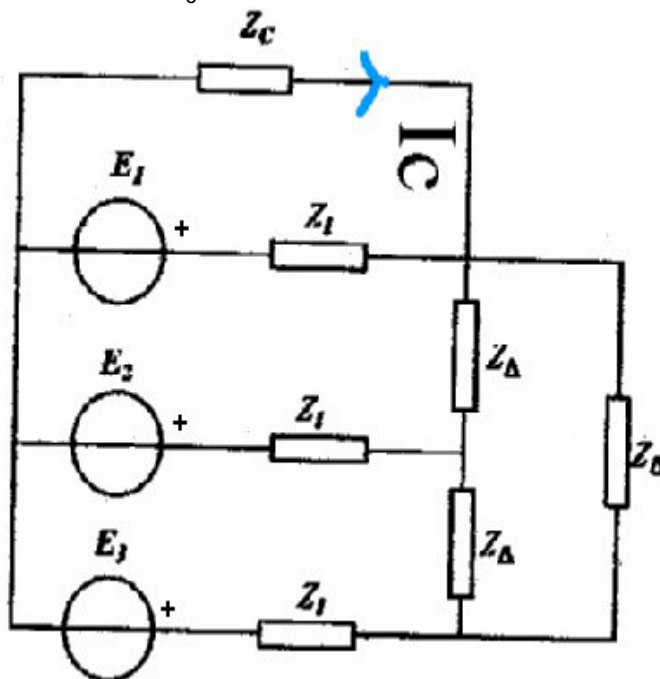
Valutare C in modo che $\arg(E) - \arg(I) = \varphi > 0$, con $\cos\varphi = 0.9$ per una pulsazione $\omega = 50 \text{ rad/s}$. Dati ($P_R = 50 \text{ W}$, $Q_L = 75/2 \text{ VAR}$).



Risposta : $C \approx 850 \mu\text{F}$

• **Esercizio 37**

Determinare I_c



Dati:

$$E_1 = 220 \text{ V}$$

$$E_2 = 220 e^{-j2\pi/3} \text{ V}$$

$$E_3 = 220 e^{+j2\pi/3} \text{ V}$$

$$Z_L = 16(1+j) \Omega$$

$$Z_{\Delta} = 10(1+j) \Omega$$

$$Z_C = 5 \Omega$$

Risposta : $I_c \approx (-2.3 + j1.4) \text{ A}$