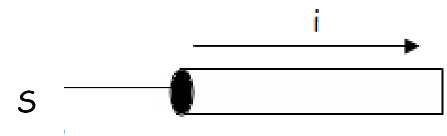
Corrente elettrica, legge di Ohm

Esercizio 1

Un conduttore cilindrico in rame avente sezione di area $S = 4mm^2$ è percorso da una corrente di intensità i=8A. Calcolare la velocità di deriva degli elettroni.

→ Soluzione



La densità di corrente vale $j = \frac{i}{S} = \frac{8A}{4\times10^{-6}m^2} = 2\times10^{-6}A/m^2$

La densità di corrente si può scrivere anche come:

$$j = nev_d \rightarrow v_d = \frac{j}{ne} = \frac{2\times10^6}{8.49\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}} = 1.47\times10^{-4}Am/C = 1.47\times10^{-4}m/s$$

dove:
v_d = velocità di deriva
e = carica portatori
n = n° di portatori per unità di volume ($n_{cu} = 8.49\times10^{18}elettroni/m^3$)

Esercizio 2

Calcolare di quanto varia percentualmente la resistenza di un conduttore di argento quando viene portato dalla temperatura ambiente a quella T=150°C.

→ Soluzione

Poiché la resistività e il coefficiente di espansione termica lineare per l'argento valgono $\rho_{ag} = 1.59\times10^{-8}\Omega m$ e $\alpha_{ag} = 4.1\times10^{-3}C^{-1}$, allora:

$\rho = \rho_{20}(1+\alpha\Delta T)$, $\Delta T = T - 20$

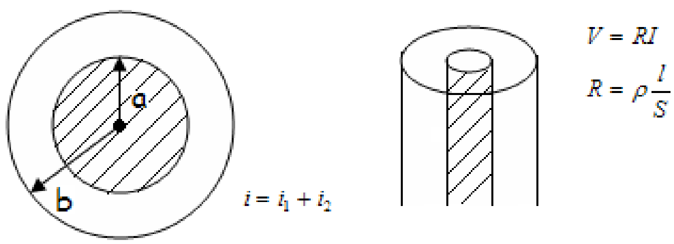
E quindi, $\rho - \rho_{20} = \rho_{20}\alpha(T-20)$; ricordando che $R = \rho\frac{l}{S}$, la variazione percentuale sarà:

$$\frac{R-R_{20}}{R_{20}}=\frac{\rho-\rho_{20}}{\rho_{20}}=\alpha(T-20)=4.1\times10^{-3}\times C^{-1}(150-20)C=0.533\cong53\%$$

Esercizio 3

Un filo di rame ($\rho_{cu}=1.7.10^{-8}\,\Omega m$) di raggio a=0,25mm è ricoperto di una guaina di alluminio ($\rho_{al}=2,7.10^{-8}\,\Omega m$) di raggio esterno b=0.4mm. Il filo è percorso da una corrente i=2A. Calcolare a) le correnti i_1 e i_2 che percorrono i due materiali e b) il campo elettrico E1 e E2 in ciascuno di essi.

→ Soluzione



a) La corrente che scorre nel conduttore è pari alla somma delle correnti che scorrono nei due materiali. Ai capi dei due materiali c'è la stessa d.d.p.
Quindi:

$$\frac{i_2}{i_1}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{\rho_1 lS_2}{\rho_2 lS_1}=\frac{\rho_1 S_2}{\rho_2 S_1}=\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{\pi b^2-\pi a^2}{\pi a^2}=\frac{\rho_{cu}}{\rho_{al}}\frac{b^2-a^2}{a^2}=\frac{1.7\times10^{-8}}{2.7\times10^{-8}}1.56=0.98$$

$$\begin{cases} i_2=0.98.i_1 \rightarrow 1.01A \\ i_1+i_2=2 \rightarrow 0.99A \end{cases}$$

b) $E_1=\rho_{cu}j_1=\rho_{cu}\frac{i_1}{S_1}=\rho_{cu}\frac{i_1}{\pi a^2}=1.7\times10^{-8}\frac{1.01}{\pi(2.5\times10^{-4})^2}=0.0874\,V/m=87.4\,mV/m$

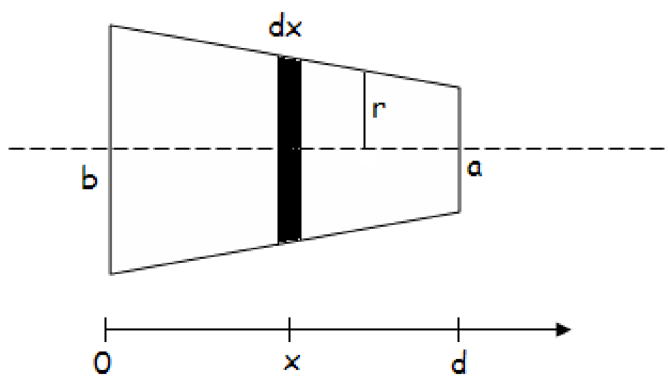
$$E_2=\rho_{al}j_2=\rho_{al}\frac{i_2}{S_2}=\rho_{al}\frac{i_2}{\pi.b^2-\pi a^2}=2.7\times10^{-8}\frac{0.99}{\pi(4\times10^{-4})^2-\pi(2.5\times10^{-4})^2}=0.0873\,V/m=87.3\,mV/m$$

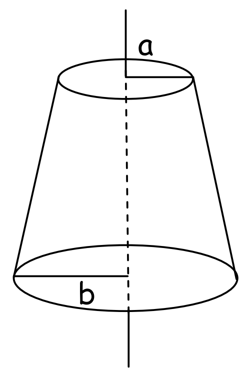
Cioè i due sono lo stesso campo, costante su tutto il filo.

Esercizio 4

Un resistore ha la forma di un tronco di cono lungo d e raggi estremi a e b. Calcolare a) la resistenza R e b) verificare la formula per a=b.

→ **Soluzione**





Si tratta di un problema in cui la resistenza varia al variare della sezione considerata. Una generica sezione avrà raggio pari a $r = b - \frac{b-a}{d}x$. Quindi in un generico punto d'altezza x del cono la resistenza sarà $dR = \rho\frac{dx}{\pi r^2} = \frac{\rho dx}{\pi\left(b - \frac{b-a}{d}x\right)^2}$.

La resistenza totale sarà data dalla somma di tutti i dR su tutta la lunghezza del cono, e cioè:

$$R = \int_0^d dR = \int_0^d \frac{\rho dx}{\pi\left(b - \frac{b-a}{d}x\right)^2} = \frac{\rho}{\pi}\int_0^d \frac{dx}{\left[b - \frac{(b-a)}{d}x\right]^2}$$

Poiché $x = b - \frac{(b-a)}{d}x \rightarrow dx = -\frac{(b-a)}{d} = \frac{a-b}{d}$, allora

$$R = \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{a-b}\int_0^d \frac{\frac{a-b}{d}dx}{\left[b - \frac{(b-a)}{d}x\right]^2} = \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{(a-b)}\int_0^d \frac{dx}{(x)^2} = \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{a-b}\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_0^d = \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{a-b}\left[-\frac{1}{b - \frac{(b-a)}{d}x}\right]\Bigg|_0^d =$$

$$= \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{a-b}\left[\frac{-1}{\left(b-\frac{b-a}{d}d\right)} - \frac{-1}{\left(b-\frac{b-a}{d}(0)\right)}\right] = \frac{\rho}{\pi}\frac{d}{a-b}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right) = \frac{\rho d}{\pi ab}$$

a) se a=b, $R = \frac{\rho d}{\pi . a^2}$ → Corretto per un cilindro.