POLITECNICO DI TORINO
DIPLOMI UNIVERSITARI TELEDIDATTICI

Esame di Fisica 1

26 marzo 1999

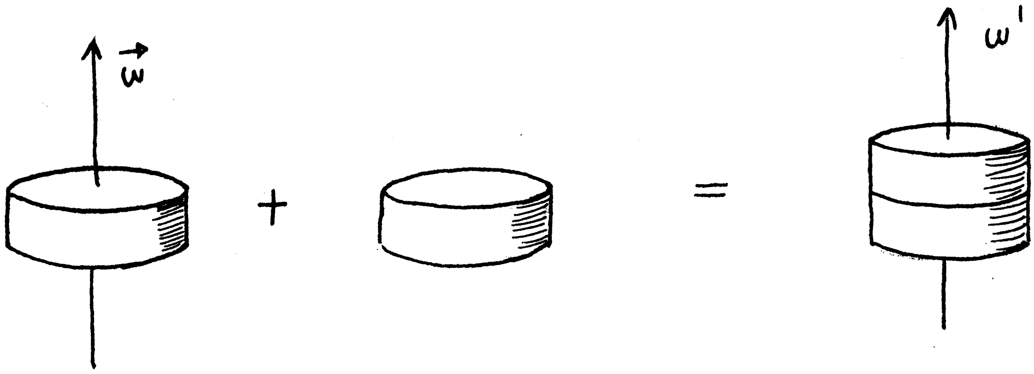
1. La lunghezza del fiume Po è di 652 km, e la sua massima portata è di 10300 m^3/s. Valutare la potenza trasportata, stimando le eventuali altre grandezze necessarie.

2. Quale grandezza fisica di quale sistema è valutata nel modo seguente?

$$1.21\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10^4\,\text{m} \cong 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

3. Valutare i requisiti di potenza del compressore di una pompa di calore che deve raffreddare un ambiente, estraendo da esso ogni secondo 20 kJ. Stimare ragionevolmente la temperatura interna ed esterna.

4. Un disco fermo viene lasciato cadere su un identico disco in rotazione con velocità angolare ω. Calcolare la velocità angolare del sistema ed il rapporto tra l'energia dissipata e l'energia totale.



Soluzioni

Problema n. 1

Sia dm la massa d'acqua trasportata dal Po in un intervallo di tempo infinitesimo dt. La sua energia cinetica è:

$$dK = \frac{1}{2} dm \cdot v^2$$

avendo chiamato v la velocità dell'acqua. Dividendo per dt l'espressione scritta sopra, si ottiene

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dm}{dt} \cdot v^2$$

Il primo membro ha le dimensioni di una potenza, ed è effettivamente la potenza trasportata dal fiume. La quantità dm/dt è la portata di massa del fiume, data da

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt}$$

dove ρ è la densità dell'acqua e dV/dt è invece la portata di volume (che è un dato del problema. La lunghezza del Po (altro dato del problema) non è invece utile per la soluzione.

In conclusione si ottiene

$$P = \frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}\rho\frac{dV}{dt} \cdot v^2$$

Stimando la velocità dell'acqua ($v \approx 1$m/s), si ha

$$P = 0.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 10300 \text{ m}^3\text{/s} \cdot 1 \text{ m}^2\text{/s}^2 = 5150 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 5.15 \text{ MW}$$

Problema n. 2

La grandezza fisica che si valuta attraverso la relazione scritta è la pressione atmosferica (media) al livello del mare. Infatti

1.21 kg/m^3	è chiaramente la densità di un gas (anche se non è noto quale sia il gas)
9.81 m/s^2	è l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre
10^4 m	cioè 10 km, è lo spessore (approssimato) dell'atmosfera

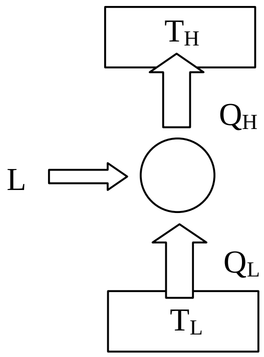
Pertanto la relazione data dal problema è la forma numerica di

$$p = \rho g h$$

che dà la pressione a profondità h dalla superficie di un fluido di densità ρ.

Problema n. 3

La pompa di calore può essere schematizzata come in figura:



Quello che occorre calcolare è la potenza minima del motore necessaria per mantenere una differenza di temperatura (che occorre stimare) tra l'interno e l'esterno della casa.

Supponiamo per esempio che

T_H = temperatura esterna = 35°C =308 K

T_L = temperatura interna = 20°C = 293 K

L'efficienza della pompa di calore come macchina frigorifera è

$$k = \frac{\text{calore prelevato dalla sorgente fredda}}{\text{lavoro fornito}}$$

Tenendo conto che (si veda la figura)

$$Q_L + L = Q_H$$

si ottiene che

$$k = \frac{Q_L}{L} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

Il massimo valore dell'efficienza (che corrisponde al minimo lavoro possibile per mantenere questa differenza di temperatura) è dato dal teorema di Carnot:

$$k_{max} = \frac{Q_L}{L_{min}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = 19.5$$

Pertanto il minimo lavoro necessario è dato da

$$L_{min} = Q_L / k_{max}$$

Prendendo un intervallo di tempo pari a 1 secondo, L_{min} diventa numericamente uguale alla minima potenza del motore necessario per mantenere questa differenza di temperatura, mentre Q_H diventa uguale al calore sottratto dall'interno della casa nell'unità di tempo, che è un dato del problema e vale 20 kJ. Quindi si può scrivere anche la relazione tra le potenze:

$$P_{min} = P_L / k_{max} = \frac{20\ \text{kJ/s}}{19.5} \approx 1\text{kW}$$

Problema n. 4

Il problema si risolve facilmente tenendo conto che si tratta di un fenomeno di urto completamente anelastico, in cui le quantità di interesse sono quelle angolari anziché quelle lineari. Il sistema formato dai due dischi può essere considerato isolato, se si trascurano gli attriti del supporto. Pertanto il momento angolare del sistema deve essere conservato, cioè

$$L_i = L_f$$

Si noti che in questo caso, poiché sia prima che dopo l'urto il corpo che ruota è simmetrico rispetto all'asse, non è necessario specificare che si sta parlando della componente z del momento angolare.

Inizialmente, quando il disco superiore è fermo,

$L_i = I\omega$

dove I è il momento d'inerzia di un singolo disco che ruota attorno al suo asse di simmetria.

Dopo l'urto, il momento angolare del sistema vale

$L_f = 2 \cdot I \cdot \omega'$

perché i due momenti di inerzia sono uguali, ed i due dischi ruotano con la stessa velocità angolare. Imponendo $L_i = L_f$, si ottiene

$I\omega = 2I\omega'$

da cui si ricava ω'

$\omega' = \omega/2$

Siccome l'urto è perfettamente anelastico, una parte dell'energia meccanica è dissipata. L'energia dissipata è la differenza tra l'energia cinetica iniziale e l'energia cinetica finale:

$$E_{diss} = K_i - K_f = \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2}(2I) \cdot \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4} I\omega^2$$

L'energia totale è ovviamente costante (anche se non si conserva l'energia *meccanica*, perché una parte di essa diventa energia interna dei dischi) e quindi è uguale all'energia cinetica iniziale:

$$E_{tot} = K_i = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Pertanto il rapporto tra l'energia dissipata e l'energia totale è uguale a

$$\frac{E_{diss}}{E_{tot}} = \frac{1}{2}$$