5. TURBOMACCHINE

5.1 INTRODUZIONE

5.1.1 LA TURBOMACCHINA ELEMENTARE

Una turbomacchina è costituita da almeno una palettatura rotante (*girante*) disposta su di un disco, interessata dal flusso di un fluido (compressibile o incompressibile). Le forze che si generano tra fluido e palettatura danno luogo allo scambio di lavoro tra la macchina ed il fluido.

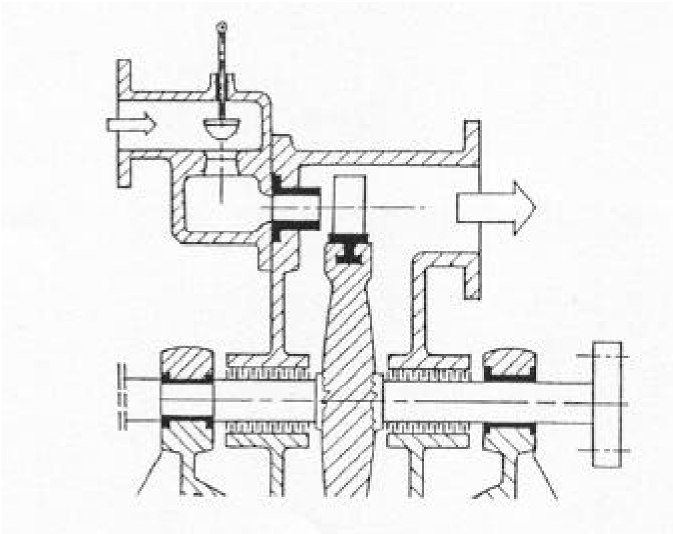

Figura 5.1**:** Schema di turbomacchina motrice.

E' poi in genere presente anche una palettatura fissa (che nelle macchine motrici precede la palettatura mobile, mentre in quelle operatrici la segue), con la funzione di trasformare l'"energia di pressione" in energia cinetica (e prende allora il nome di effusore) o viceversa (e si chiama allora diffusore), evidentemente senza scambio di lavoro con il fluido.
L'insieme della palettatura mobile e di quella fissa costituisce uno stadio della turbomacchina.
Nell'ambito della presente trattazione si effettuerà un'analisi fluidodinamica di funzionamento della turbomacchina di tipo "unidimensionale": secondo questa ipotesi, si suppone che tutte le proprietà (cinematiche e termodinamiche) che caratterizzano lo stato del fluido siano costanti in ciascuna sezione dei condotti fissi e mobili della turbomacchina. Questa approssimazione comporta l'utilizzo di opportuni valori medi delle proprietà di ciascuna sezione; eventuali errori o imprecisioni nella valutazione del comportamento fluidodinamico reale vengono tenuti in conto per mezzo di opportuni coefficienti correttivi.
L'ipotesi di flusso unidimensionale presuppone:

- altezza delle palette *l* sufficientemente piccola rispetto al diametro *d* della macchina (il che comporta che la velocità periferica sia pressochè la medesima alla radice e all’estremità della pala), ovvero :

$$\frac{l}{d} << 1;$$

- spessore delle pale trascurabile;
- numero di palette sufficientemente alto, per poter considerare la larghezza del canale fra le pale costante sia alla radice sia alla base.

5.1.2 NOMENCLATURA

La nomenclatura è analoga a quella adottata per i profili alari, essendo le palettature a tutti gli effetti superfici aerodinamiche:

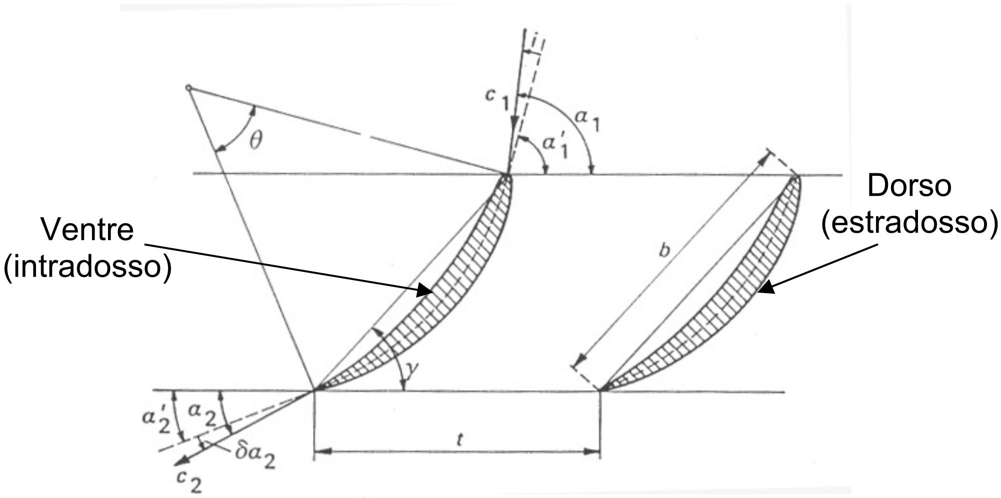

Figura 5.2: Palettatura a schiera in una turbomacchina (profili delle palette in sezione).

- c_1 e c_2: velocità del fluido in ingresso ed uscita dalla palettatura;
- a_1’ e a_2’: angoli di attacco e di fuga del profilo;
- angolo $q = a_1' - a_2'$: *inarcamento* del profilo;
- a_1 e a_2: angoli cinematici di ingresso e di uscita dal profilo;
- $i = a_1 - a_1'$: angolo di *incidenza* sul profilo;
- $da_2 = a_2 - a_2'$: angolo di *deviazione*;
- $e = a_1 - a_2$: angolo di *deflessione* della vena fluida nel palettaggio;
- *t* e *b*: *passo* e *corda* della schiera di palette;
- $s = b / t$: solidità della schiera di palette.

5.1.3 I TRIANGOLI DELLE VELOCITÀ

Un modo consueto di descrivere il funzionamento di uno stadio di una turbomacchina consiste nel ricorso ad una rappresentazione grafica mediante vettori delle velocità del fluido che attraversa la palettatura mobile (rappresentazione in termini di **triangoli delle velocità**).
Indicando con *1* l'ingresso nella palettatura mobile e con *2* l'uscita, la rappresentazione grafica delle velocità attraverso la palettatura avviene come mostrato in figura 5.3:

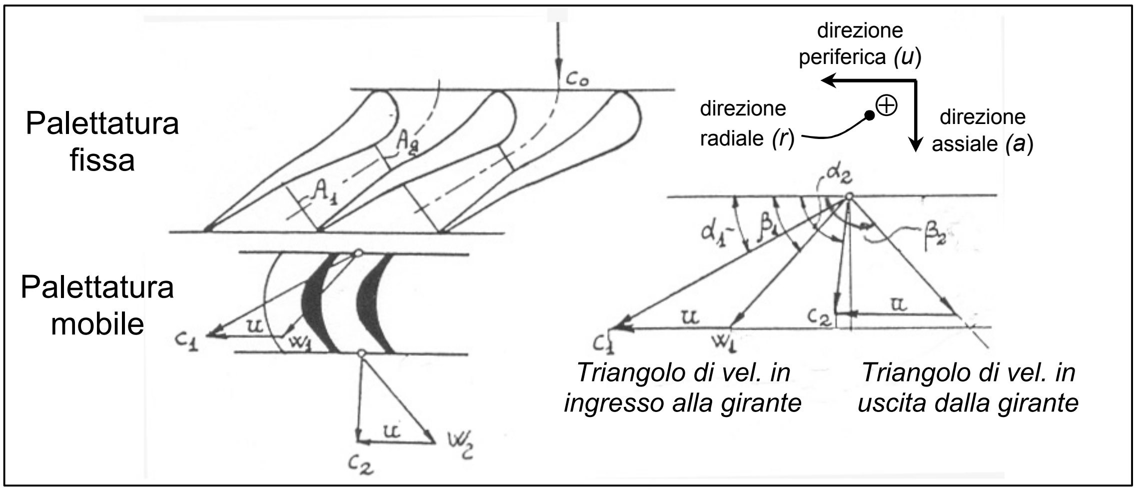

Figura 5.3: Triangoli delle velocità.

Le velocità del fluido espresse rispetto ad un osservatore fisso (e quindi anche rispetto alla palettatura fissa) sono *velocità assolute* e saranno indicate con la lettera *c*; se invece le velocità vengono riferite ad un sistema solidale alla girante, sono definite *velocità relative*, e si indicheranno con la lettera *w*. In genere le velocità del fluido avranno componenti in direzione assiale (pedice *a*), in direzione radiale (pedice *r*) ed in direzione tangenziale o periferica (pedice *u*); l'osservatore solidale alla girante avrà invece soltanto una velocità (assoluta) tangenziale, che viene indicata con la lettera *u*.

Tra le velocità suddette vale la seguente relazione vettoriale:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \,.$$

Per quanto riguarda le componenti delle velocità valgono invece le relazioni seguenti:

$$\vec{c}_a = \vec{w}_a \,, \qquad \vec{c}_r = \vec{w}_r \,, \qquad \vec{c}_u = \vec{w}_u + \vec{u} \,.$$

5.1.4 CALCOLO DEL LAVORO INTERNO

Per valutare il lavoro scambiato tra la palettatura mobile ed il fluido che la attraversa è utile fare ricorso al teorema della variazione del momento della quantità di moto. Lo si applica alla massa *M* di fluido compresa all'istante generico *t* fra la parete ideale 1-1, situata ad una distanza infinitesima *dx* a monte della girante, la parete ideale 2-2 all'uscita della girante, e le pareti (ideali o reali) di confine della palettatura ai raggi esterno ed interno (figura 5.4).

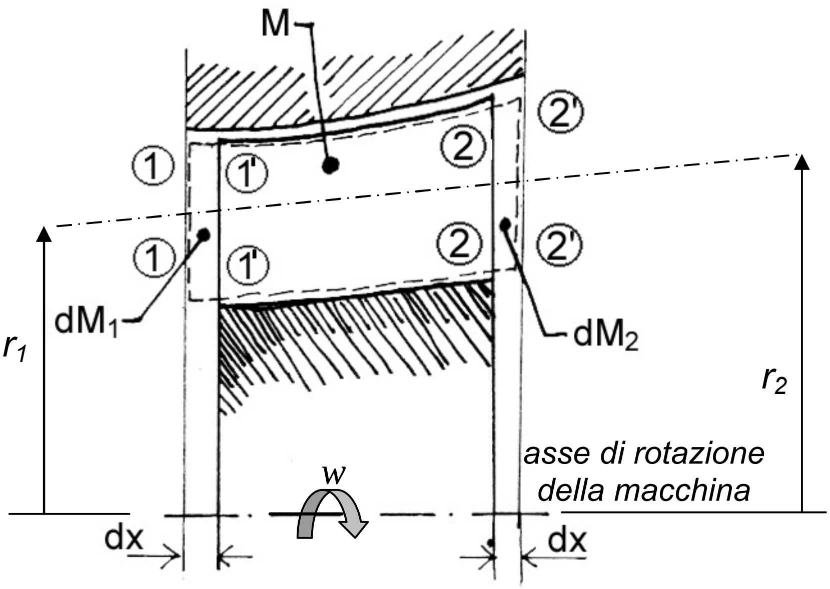

Figura 5.4: Definizione del volume di controllo nel vano di una palettatura mobile di una turbomacchina per il calcolo del lavoro interno.

Dopo un intervallo infinitesimo di tempo *dt* la massa di fluido sopra definita si sarà spostata nel verso del flusso, andando ad occupare lo spazio compreso fra le superfici 1'-1' e 2'-2', rispettivamente all'ingresso della palettatura e distante a valle di una quantità *dx*.
Nell'ipotesi che il moto sia stazionario, è possibile scrivere:

$$M = dM_1 + M_g = M_g + dM_2 ,$$

dove con M_g si è indicata la massa contenuta all'interno del vano della girante. Dalla precedente relazione risulta che la massa dM_1 contenuta nel volume infinitesimo racchiuso dalle superfici 1-1 e 1'-1' è uguale alla massa dM_2 contenuta nel volume infinitesimo delimitato dalle superfici 2-2 e 2'-2'.
La variazione del momento della quantità di moto – rispetto all'asse di rotazione della macchina – della massa *M* nell'intervallo di tempo *dt* considerato può essere scritta come segue:

$$dK = dM_2 \cdot c_{u2} \cdot r_2 - dM_1 \cdot c_{u1} \cdot r_1 = dM \cdot (c_{u2} \cdot r_2 - c_{u1} \cdot r_1) ,$$

dove r_1 ed r_2 sono i raggi medi della palettatura mobile rispettivamente all'ingresso ed all'uscita. In base al teorema del momento della quantità di moto (si veda il Capitolo 3), trascurando le componenti tangenziali delle forze di attrito del fluido sulle pareti fisse, la coppia *C* scambiata tra palettatura e fluido vale

$$C = \frac{dK}{dt} = \dot{m} \cdot (c_{u2} \cdot r_2 - c_{u1} \cdot r_1) ,$$

nella quale $\dot{m}$ rappresenta la portata in massa di fluido attraverso la palettatura. La coppia *C* è il momento che la palettatura applica al fluido; cambiato di segno è il momento che il fluido applica alla palettatura.
Moltiplicando *C* per la velocità angolare *w* della girante, si ha la potenza interna scambiata. Poichè $u = r\,w$, si ottiene:

$$P_i = C \cdot w = \dot{m}\left(c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1\right) \ .$$

Tenendo poi presente che la potenza può essere espressa come prodotto della portata di massa per il lavoro dell'unità di massa, si ha che il lavoro interno vale

$$L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 \, .$$

La precedente espressione rappresenta il lavoro compiuto dalla palettatura su ogni chilogrammo di fluido che la attraversa (o *lavoro massico* della turbomacchina). Il valore numerico che ne risulta è positivo quando è applicata ai triangoli delle velocità tipici di una macchina operatrice (compressori, pompe); se viene applicata ai triangoli di velocità tipici di una macchina motrice (turbina), essa restituisce un valore negativo, come è logico attendersi (in quest'ultimo caso è il fluido a cedere lavoro alla palettatura). Per evitare di dover ragionare in termini di potenza negativa, nel caso delle turbomacchine motrici si fa comunemente riferimento al concetto di *lavoro ottenuto*; ciò è equivalente a cambiare il segno a secondo membro nelle espressioni precedenti quando sono impiegate per le macchine motrici:

Macchine operatrici $\quad L_i = u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1} \, ,$

Macchine motrici $\quad L_{ott} = -L_i = u_1 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot c_{u2} \, .$

E' importante rilevare che l'espressione del lavoro interno dipende solo dal valore delle velocità, ed è valida sia in assenza sia in presenza di forze di attrito interne al fluido o al contatto fluido-parete (con l'unica eccezione delle componenti tangenziali sulla superficie di contenimento fissa, in genere trascurabili); essa è dunque utilizzabile sia nello studio del funzionamento ideale sia di quello reale della macchina.
L'espressione del lavoro scambiato tra la macchina ed il fluido che la attraversa può essere scritta in una forma diversa da quella appena ricavata. Per il teorema di Carnot, infatti, valgono le espressioni seguenti:

$$\begin{aligned} w_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 - 2c_1u_1\cos a_1 \\ w_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 - 2c_2u_2\cos a_2 \end{aligned} ,$$

e quindi

$$\begin{aligned} u_1c_{u1} &= u_1c_1\cos a_1 = 1/2\left(c_1^2 + u_1^2 - w_1^2\right) \\ u_2c_{u2} &= u_2c_2\cos a_2 = 1/2\left(c_2^2 + u_2^2 - w_2^2\right) \end{aligned} ,$$

da cui

$$L_i = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 = 1/2\left(c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2\right) \ .$$

E' utile osservare che alla stessa espressione si perviene applicando il Primo Principio della Termodinamica (in forma Euleriana per i sistemi aperti) alla girante. Per un osservatore solidale alla parte fissa della macchina (sistema di riferimento inerziale), ricordando che in genere per le turbomacchine è accettabile l'ipotesi di adiabaticità (*Q = 0*), si ottiene:

$$L_i = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}. \qquad [1]$$

Con riferimento ad un osservatore solidale alla girante (per cui, quindi, $L_i = 0$), sempre nell'ipotesi di adiabaticità, si può scrivere

$$0 = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2},$$

dove l'ultimo termine a secondo membro corrisponde a ΔE_{cf}, cioè alla differenza di energia dovuta al campo delle forze centrifughe che nasce a seguito della rotazione della girante.
Dal confronto delle due precedenti relazioni si ottiene evidentemente di nuovo l'equazione

$$L_i = 1/2\left(c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2\right).$$

L'applicazione del Primo Principio tra l'ingresso e l'uscita da eventuali palettature fisse – che precedono la girante (*distributore*) o che la seguono (*effusore*) – fornisce le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} 0 &= i_1 - i_0 + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} \\ 0 &= i_S - i_2 + \frac{c_S^2 - c_2^2}{2} \end{aligned}, \qquad [2]$$

dove si sono indicate con i pedici "o" ed "s" le condizioni alla bocca d'ingresso e a quella di uscita della macchina.
Confrontando le [2] con la [1], si ottiene la seguente espressione per il lavoro interno per unità di massa:

$$L_i = i_S - i_0 + \frac{c_S^2 - c_0^2}{2},$$

cui si sarebbe potuti pervenire applicando direttamente il Primo Principio all'intera macchina.
Se la variazione di energia cinetica tra ingresso ed uscita della macchina è trascurabile[1], come spesso accade, o se sono trascurabili entrambi i valori di c_0 e di c_S, si può scrivere

$$L_i = i_S - i_0.$$

[1] *Si osservi che trascurare la variazione di energia cinetica tra ingresso ed uscita della turbomacchina non implica che le variazioni di velocità all'interno della stessa siano trascurabili: proprio le variazioni di velocità interne del fluido sono responsabili dello scambio di lavoro.*

5.1.5 LO STUDIO DELLE TURBOMACCHINE IN SIMILITUDINE

Il concetto di *similitudine* è molto importante nello studio delle turbomacchine, perchè consente di estendere a tutte le macchine *simili* le considerazioni ed i risultati delle analisi svolte su una singola macchina.
L'espressione del lavoro scambiato tra fluido e palettatura mobile può essere riscritta mettendo in evidenza una delle velocità, ad esempio u_1:

$$L_i = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 = u_1^2\left(\frac{u_2}{u_1}\frac{c_{u2}}{u_1} - \frac{c_{u1}}{u_1}\right) = p^2 n^2 d_1^2\left(\frac{u_2}{u_1}\frac{c_{u2}}{u_1} - \frac{c_{u1}}{u_1}\right).$$

Il termine tra parentesi contiene solo rapporti di velocità, che, in *stadi geometricamente simili* e funzionanti con *triangoli delle velocità simili*, assumono lo stesso valore.
La costanza del termine tra parentesi, e cioè la **similitudine di funzionamento**, comporta dunque la similitudine geometrica delle macchine (evidente nella costanza del rapporto u_2/u_1, uguale naturalmente al rapporto r_2 / r_1), ma anche la similitudine fluidodinamica, poichè anche le velocità del fluido devono variare in proporzione (ed essere ugualmente orientate); ad esempio, due diverse condizioni di funzionamento di una stessa macchina possono essere o no in similitudine pur essendo la macchina geometricamente simile (anzi uguale) a se stessa.
Qualora sia verificata la similitudine tra due macchine *a* e *b*, varranno dunque le relazioni

$$L_{ia} = \cos t \cdot n_a^2 d_a^2$$
$$L_{ib} = \cos t \cdot n_b^2 d_b^2,$$

e dunque

$$\frac{L_{ia}}{L_{ib}} = \frac{n_a^2 d_a^2}{n_b^2 d_b^2}.$$

Le equazioni precedenti mostrano dunque che i lavori interni delle due macchine stanno in rapporto come i quadrati del prodotto tra la velocità di rotazione delle macchine e il diametro medio (le dimensioni delle macchine).
Si vedrà più avanti come le perdite principali caratteristiche delle turbomacchine siano anch'esse proporzionali, in prima approssimazione, ad un quadrato di velocità; ne segue che il rapporto fra il lavoro scambiato e le perdite, in condizioni di similitudine (in cui esiste proporzionalità fra tutte le velocità) risulta indipendente dalle velocità stesse, cioè uguale per due macchine operanti in condizioni di similitudine.
Poichè il rendimento di una macchina è in qualche modo legato al rapporto fra il lavoro e le perdite, un risultato importante è il seguente:

in condizioni di similitudine, due turbomacchine anche diverse hanno in prima approssimazione ugual rendimento.

La precisazione " in prima approssimazione " è legata ai seguenti aspetti:

- non è del tutto vero (lo è solo per variazioni contenute delle condizioni di funzionamento) che le perdite sono esattamente proporzionali al quadrato di una velocità;
- la compressibilità del fluido può rendere solo approssimata la similitudine dei triangoli delle velocità sia in ingresso sia in uscita dalla turbomacchina;
- il fenomeno del recupero termico (o del controrecupero) contribuisce alla crescita di importanza dell'aspetto segnalato al punto precedente.

Gli ultimi due aspetti sono legati alla compressibilità del fluido: nel caso delle macchine idrauliche, nelle quali l'effetto di compressibilità è trascurabile, il concetto di similitudine ha di fatto una validità ed una importanza pratica molto maggiore che nelle altre turbomacchine, e viene pertanto utilizzato in maniera molto più estesa.

E' utile estendere le implicazioni legate al concetto di similitudine anche a grandezze quali la portata e la potenza.
Volendo qui affrontare l'argomento solo a titolo introduttivo, ci si può riferire, per semplicità, al caso particolare di ad una macchina radiale ($c_a = w_a = 0$) centrifuga. Esprimendo la portata con riferimento alle condizioni in corrispondenza della sezione di uscita della girante, di ottiene:

$$\dot{m} = r_2 A_2 c_{r2} = r_2 p d_2 l_2 c_{r2}\,.$$

Per analizzare il comportamento di macchine funzionanti in condizioni di similitudine (e quindi simili geometricamente e fluidodinamicamente), la precedente relazione può essere così riscritta:

$$\dot{m} = r_2 p \frac{l_2}{d_2} d_2^2 \frac{c_{r2}}{u_2} u_2 = r_2 p \frac{l_2}{d_2} d_2^2 \frac{c_{r2}}{u_2} p d_2 n\,.$$

Poichè i rapporti l_2/d_2 e c_{r2}/u_2 sono uguali (per due macchine funzionanti in condizioni di similitudine), risulta:

$$\dot{m} = \cos t \cdot r_2 n d_2^3$$

Nell'ipotesi che sia $r \approx$ cost all'interno delle macchina (ipotesi approssimata per le macchine a fluido compressibile, circa esatta per le macchine idrauliche), si può scrivere:

$$\dot{m} = \cos t \cdot r\; n d_2^3\,.$$

Ricordando l'equazione del lavoro interno in condizioni di similitudine, si può esprimere la potenza interna nel modo seguente:

$$P_i = \dot{m} L_i \propto r\; n^3 d^5\,,$$

relazione che mette bene in luce il rapido aumento della potenza di una turbomacchina con le dimensioni (alla quinta potenza) e con il numero di giri (al cubo).