



3. MOTO DEI FLUIDI AERIFORMI NEI CONDOTTI

3. EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA FLUIDODINAMICA

Le equazioni che vengono presentate qui di seguito non hanno carattere generale, essendo scritte per un sistema termodinamico del tipo di quello utilizzato per studiare il primo principio in forma euleriana (Capitolo 2). Si tratta cioè di una porzione di spazio (volume di controllo V fisso) delimitata da una superficie di controllo A fissa; tale regione è caratterizzata da un flusso di fluido continuo, omogeneo ed isotropo in moto stazionario unidimensionale attraverso due superfici, una di ingresso A_1 ed una di uscita A_2 . Un simile sistema termodinamico, pur non rappresentando una situazione generale, può servire a descrivere il funzionamento delle turbomacchine con un'accuratezza che risulta sufficiente in molti casi (nelle applicazioni ingegneristiche delle macchine a fluido generalmente non interessa conoscere la velocità e le proprietà termodinamiche in ogni punto del sistema, ma piuttosto i valori medi di queste grandezze in alcune sezioni caratteristiche e gli scambi globali di energia tra fluido ed organi della macchina).

3.1. EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA (O DI CONTINUITÀ)

Facendo riferimento alla situazione particolare di cui si è detto sopra, l'equazione di conservazione della massa può essere espressa nel modo seguente:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2,$$

dove il primo ed il secondo membro sono rispettivamente la portata in massa che entra attraverso la sezione di ingresso A_1 e la portata in massa che esce attraverso la sezione di uscita A_2 . Le due portate possono essere espresse mediante le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= r_1 \cdot A_1 \cdot c_{1n}, \\ \dot{m}_2 &= r_2 \cdot A_2 \cdot c_{2n},\end{aligned}$$

dove c_{1n} e c_{2n} sono rispettivamente le componenti delle velocità perpendicolari alla sezione di ingresso e di uscita dal volume di controllo.

3.2 EQUAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

L'equazione della quantità di moto è espressa dalla seguente relazione di carattere generale:

$$\vec{R} = \frac{d\vec{Q}}{dt},$$

dove il primo membro rappresenta la risultante delle forze esterne applicate al sistema, mentre il secondo membro è costituito dalla derivata della quantità di moto del sistema calcolata rispetto al tempo.

Tale equazione, applicata al sistema termodinamico in oggetto, può essere scritta come segue:



$$\vec{F} - p_1 A_1 \vec{n}_1 - p_2 A_2 \vec{n}_2 = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1) ,$$

dove \vec{F} rappresenta la somma delle forze esterne applicate dall'esterno al fluido attraverso le porzioni di superficie non interessate da scambio di materia, mentre $\vec{n}_{1,2}$ sono i versori normali alle superfici $A_{1,2}$ e diretti verso l'esterno del volume di controllo.

3.3 EQUAZIONE DEL MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO

L'equazione del momento della quantità di moto è espressa dalla seguente relazione di carattere generale:

$$\vec{M}_o = \frac{d\vec{K}_o}{dt} ,$$

dove il primo membro è costituito dal momento risultante di tutte le azioni esterne rispetto ad un punto fisso "o", ed al secondo membro è presente la derivata calcolata rispetto al tempo del momento della quantità di moto del sistema (sempre rispetto al punto fisso "o").

L'equazione del momento della quantità di moto, applicata al particolare sistema termodinamico preso in considerazione, e con riferimento allo studio delle turbomacchine, diventa pertanto:

$$M_a = \dot{m}(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) ,$$

dove M_a rappresenta il momento risultante rispetto all'asse "a" di tutte le forze che agiscono sul fluido, comprese quelle dovute alle forze di pressione nelle due sezioni di ingresso e di uscita del fluido; $r_{1,2}$ sono rispettivamente la distanza del fluido dall'asse "a" nella sezione di ingresso ed in quella di uscita; $c_{u1,2}$ sono infine le componenti periferiche delle velocità in ingresso ed in uscita.

3. 4 ESERCIZI

- 1) Individuare il tipo di trasformazione che un fluido subisce in un condotto fisso nell'attraversamento di una sezione strozzata, o nella quale sia localizzata una resistenza, nelle seguenti condizioni: moto permanente, assenza di scambi di calore con l'esterno, variazione di energia cinetica fra monte e valle della sezione trascurabile.
- 2) Un getto d'acqua (figura 3.1) effluente dal distributore (d) di una turbina Pelton investe il tegolo deviatore (t) con una velocità di 100 m/s . Assumendo che il getto mantenga lungo la parete del tegolo la sezione retta con cui effluisce, pari a 0.01 m^2 , determinare la forza che i vincoli esercitano complessivamente sul tegolo nella posizione indicata ($\delta = 45^\circ$).
 [F = 76.5 kN]

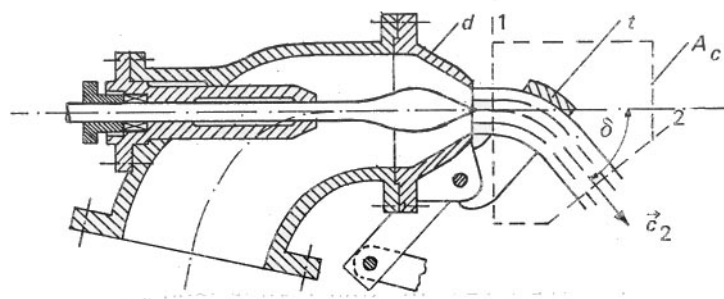


Figura 3.1 : Esercizio n°2

- 3) Determinare la spinta statica sull'endoreattore (o razzo) schematizzato in figura 3.2, nelle seguenti condizioni stazionarie di funzionamento:
 - portata in massa di propellente 50 kg/s ;
 - velocità di scarico del propellente (uniforme nella sezione di sbocco $A_u = 0.2 \text{ m}^2$) $c_u = 2500 \text{ m/s}$;
 - pressione di scarico $p_u = 1.5 \text{ ata}$;
 - pressione ambiente $p_a = 1 \text{ ata}$.

[S = 134,9 kN]

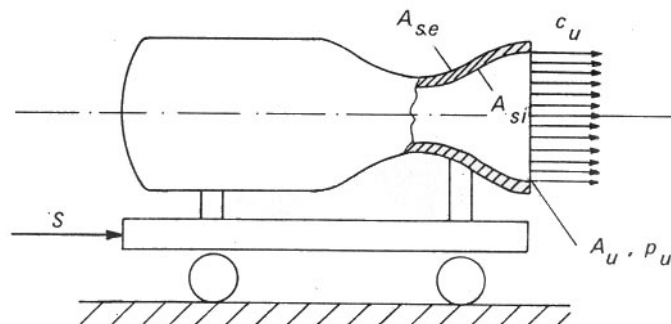


Figura 3.2 : Esercizio n°3