

## Esercizi su regolazione di impianti di turbina a vapore

17. Sul diagramma di Mollier si trova il punto O, a 40 bar e 400 gradi C, e si legge  $i_O = 3215.7$  kJ/kg e  $v_O = 0.0734$  m<sup>3</sup>/kg. Scelta un'isobara di tentativo con pressione  $p_H$ , si legge, sulla verticale di O, il valore di  $i_{His}$ . Si calcola  $i_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i_{His})$ , ed individuato il corrispondente punto sul diagramma di Mollier, note l'entalpia e la pressione, si legge la temperatura  $t_H$ . Se questa risulta maggiore della temperatura prescritta di 150° C si sceglie una pressione di tentativo minore (e viceversa) fino a trovare la pressione che porta ad avere  $t_H = 150^\circ$  C. Ciò avviene per  $p_H = 3$  bar, con  $v_H = 0.634$  m<sup>3</sup>/kg e  $i_H = 2760.75$  kJ/kg. Sul diagramma di Mollier, sulla verticale di H a  $p_K = 0.1$  bar si legge  $i_{Kis} = 2242.4$  kJ/kg da cui si ricava  $i_K = i_H - \eta_{BP}(i_H - i_{Kis}) = 2346.1$  kJ/kg

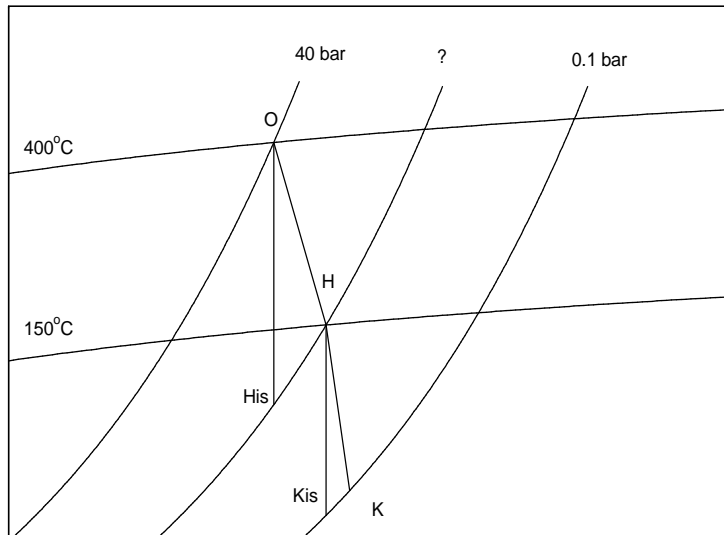
Si verifica che le due turbine siano critiche prima del cambio del generatore:

$p_H/p_O = 3/40 < (p_H/p_O)_{critico} = 4/40$  e quindi AP è critica:

$p_K/p_H = 0.1/3 < (p_K/p_H)_{critico} = 0.2/3$  e quindi BP è critica.

Indicando con l'apice ' le condizioni dopo il cambio del generatore, sul diagramma di Mollier si trova il punto O', note temperatura e pressione, e si legge  $i'_O = 3316.5$  kJ/kg e  $v'_O = 0.0632$  m<sup>3</sup>/kg. La turbina di AP è ancora critica, essendo  $p'_H/p'_O = 3/50 < (p_H/p_O)_{critico} = 4/40$  e quindi la nuova portata della turbina di alta pressione è  $\dot{m}'_{AP} = \dot{m}_{AP} \sqrt{p'_O/p_O \cdot v_O/v'_O} = 144.6$  t/h.

Sulla verticale di O' alla pressione  $p'_H = 3$  bar si legge  $i'_{His} = 2655.8$  kJ/kg e con la stessa espressione utilizzata per il calcolo di  $i_H$  si determina  $i'_H = 2798.1$  kJ/kg. Trovato il punto H' sul diagramma di Mollier si legge  $v'_H = 0.663$  m<sup>3</sup>/kg. La turbina di BP è ancora critica (le pressioni da ammissione e scarico non cambiano) e quindi  $\dot{m}'_{BP} = \dot{m}_{BP} \sqrt{p'_H/p_H \cdot v_H/v'_H} = 48.9$  t/h. La portata all'utenza termina è  $\dot{m}'_u = \dot{m}'_{AP} - \dot{m}'_{BP} = 95.7$  t/h. Dopo aver letto sul diagramma di Mollier  $i'_{Kis} = 2270.0$  kJ/kg e trovato come in precedenza il valore di  $i'_K = 2375.6$  kJ/kg, si determina la potenza dell'impianto con il nuovo generatore  $P' = \dot{m}'_{AP}(i'_O - i'_H) + \dot{m}'_{BP}(i'_H - i'_K) = 26.6$  MW



18. Si individuano i punti significativi sul diagramma di Mollier: a 30 bar e 500° C il punto O con  $i_O = 3456.2$  kJ/kg e  $v_O = 0.116$  m<sup>3</sup>/kg; sulla verticale di O a 0.1 bar il punto Kis, con  $i_{Kis} = 2292.4$  kJ/kg, da cui si ricava  $i_K = i_O - \eta(i_O - i_{Kis}) = 2525.2$  kJ/kg. Da tabelle delle proprietà dell'acqua si legge l'entalpia del punto L, corrispondente alle condizioni di liquido saturo a 0.1 bar  $i_L = 191.8$  kJ/kg.

Scrivendo l'equazione della combustione prima e dopo la regolazione (condizioni indicate con l'apice ')

$$\eta_b \dot{m}_b H_i = \dot{m}(i_O - i_L) \text{ e}$$

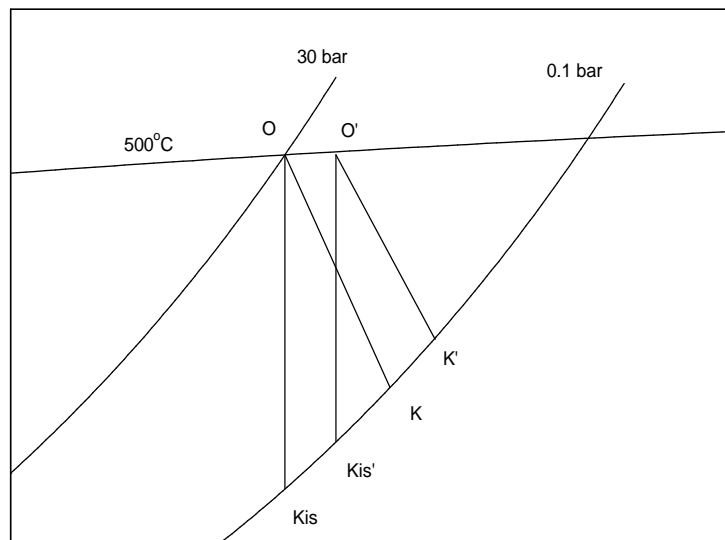
$$\eta_b \dot{m}'_b H_i = \dot{m}'(i'_O - i'_L)$$

si ricava  $\dot{m}'/\dot{m} = \dot{m}'_b/\dot{m}_b H_i = 0.75$  essendo  $i_O = i'_O$  a seguito della laminazione isentalpica e  $i_L = i'_L$  per ipotesi.

La turbina è critica nelle condizioni di progetto essendo  $p_K < (p_K)_{critico}$ . Supponendo che la turbina sia ancora critica dopo la regolazione (ipotesi da verificare a posteriori) si ha

$$\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{p'_O}{p_O} \sqrt{\frac{p_O v_O}{p'_O v'_O}} \approx \frac{p'_O}{p_O}$$

essendo il prodotto  $pv$  approssimativamente costante in una laminazione. Si ricava quindi  $p'_O = 0.75 p_O = 22.5$  bar e si verifica la criticità della turbina, confermata essendo  $p'_K/p'_O = 0.1/22.5 < (p_K/p_O)_{critico} = 0.3/30$ . Si trova quindi sulla verticale di O' il punto Kis'; si legge  $i'_{Kis} = 2333.9$  kJ/kg e si determina  $i'_K = i'_O - \eta(i'_O - i'_{Kis}) = 2558.3$  kJ/kg. Dall'equazione della combustione si ricava quindi la portata  $\dot{m}' = \eta_b \dot{m}'_b H_i / (i'_O - i'_L) = 44.93$  kg/s e poi la potenza interna  $P'_i = \dot{m}'(i'_O - i'_K) = 40.3$  MW. Si noti che a causa della diminuzione del salto entalpico in turbina ( $i'_O = i_O$  ma  $i'_K > i_K$ ) la diminuzione di potenza è percentualmente maggiore rispetto alla diminuzione di portata di vapore e di combustibile, con un peggioramento del rendimento.

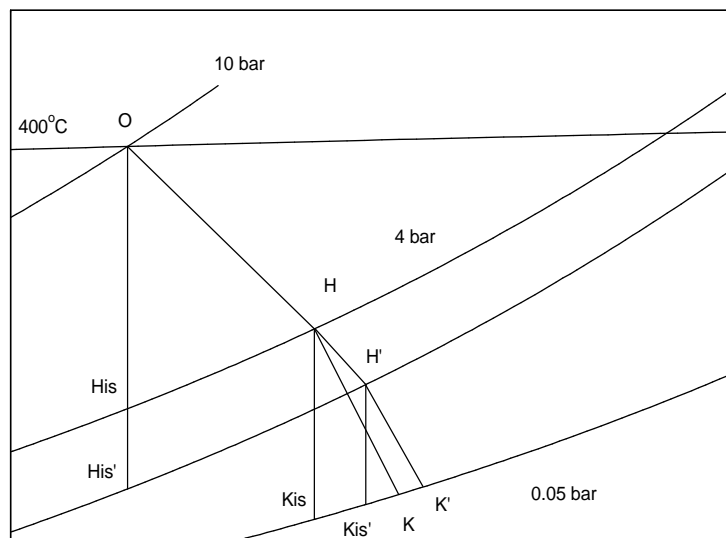


19. Sul diagramma di Mollier si trova il punto O, a 10 bar e 400 gradi C, e si legge  $i_O = 3264.4$  kJ/kg e  $v_O = 0.306$  m<sup>3</sup>/kg. Sulla verticale di O a 4 bar si legge il valore di  $i_{His} = 3010.7$  kJ/kg. Si calcola quindi  $i_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i_{His}) = 3086.84$  kJ/kg ed individuato il punto H sul diagramma di Mollier si legge  $v_H = 0.666$  m<sup>3</sup>/kg. Sulla verticale di H a 0.05 bar si trova il punto Kis e si legge  $i_{Kis} = 2318.4$  kJ/kg da cui si ricava  $i_K = i_H - \eta_{BP}(i_H - i_{Kis}) = 2456.8$  kJ/kg.

Un singolo stadio ad azione, come la turbina di alta pressione in esame, è certamente critico se il valore di  $p_H/p_O$  è inferiore al rapporto critico di un ugello semplicemente convergente  $[2/(k+1)]^{k/(k-1)}$  che, per il vapore acqueo, è di poco superiore a 0.5. Nel caso in esame  $p_H/p_O = 0.4$  e quindi la turbina AP è critica. Indicando con  $\varepsilon$  il grado di parzializzazione, non variando le condizioni all'ammissione, si ha che la portata dopo la regolazione (apice ') è  $\dot{m}' = (1 - \varepsilon)\dot{m} = 70$  t/h.

Poiché nelle condizioni di progetto  $p_K < (p_K)_{critico}$  la turbina BP è, in queste condizioni, critica. Essa smaltisce la stessa portata della turbina AP e supponendo che la turbina BP sia critica anche dopo la regolazione, deve valere la relazione  $\dot{m}' = \dot{m} \sqrt{p'_H/p_H \cdot v_H/v'_H}$ , che permette di ricavare  $p'_H$  (e  $v'_H$ ) con il seguente procedimento iterativo: scelta una pressione di tentativo  $p'_H$  (ad esempio  $p'_H = p_H \dot{m}'/\dot{m}$ ), si legge, sulla verticale di O il valore di  $i'_{His}$ ; si calcola  $i'_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i'_{His})$ , ed individuato il corrispondente punto sul diagramma di Mollier, note l'entalpia e la pressione, si legge il volume specifico  $v'_H$  e si determina  $\dot{m}'$ ; se il valore ottenuto è maggiore del valore richiesto pari a 70 t/h è necessario scegliere una pressione minore, e viceversa. Il risultato ottenuto è  $p'_H = 2.7$  bar,  $i'_H = 3021.4$  kJ/kg e  $v'_H = 0.931$  m<sup>3</sup>/kg e si può verificare che la turbina di bassa pressione rimane effettivamente critica dopo la regolazione, essendo  $p'_K/p'_H = 0.05/2.7 < (p_K/p_H)_{critico} = 0.8/4$ .

Individuato H' sul diagramma di Mollier, sulla sua verticale a 0.05 bar si determina il punto Kis', leggendo  $i'_{Kis} = 2338.1$  bar da cui si ricava  $i'_K = i'_H - \eta_{BP}(i'_H - i'_{Kis}) = 2461.1$  kJ/kg. La potenza interna dell'impianto dopo la regolazione è perciò  $P'_i = \dot{m}'(i_O - i'_K) = 15.6$  MW.



20. Si individuano i punti significativi sul diagramma di Mollier: a 50 bar e 450° C il punto O con  $i_O = 3316.3$  kJ/kg e  $v_O = 0.0633$  m<sup>3</sup>/kg; a 30 bar e 350° C il punto O' con  $i'_O = 3114.8$  kJ/kg e  $v'_O = 0.0905$  m<sup>3</sup>/kg

In condizioni di progetto  $p_K/p_O = 0.2/50 < (p_K/p_O)_{\text{critico}} = 1/50$  e quindi la turbina è critica; cambiando le condizioni all'ammissione si ha invece  $p'_K/p'_O = 10/30 > (p_K/p_O)_{\text{critico}} = 1/50$  e quindi la turbina NON è più critica dopo la regolazione. Adottando l'approssimazione ellittica della portata si ha che, per valori di  $p_K/p_O > (p_K/p_O)_{\text{critico}}$ , si può scrivere

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\text{critica}}}\right)^2 + \left(\frac{p_K/p_O - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}{1 - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}\right)^2 = 1$$

Nel caso in esame (condizioni ') si ricava

$$\dot{m}' = \dot{m}'_{\text{critica}} \sqrt{1 - \left(\frac{p'_K/p'_O - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}{1 - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}\right)^2} = 17.05 \text{ kg/s}$$

con la portata critica nelle nuove condizioni data da  $\dot{m}'_{\text{critica}} = \dot{m}_{\text{critica}} \sqrt{p'_O/p_O \cdot v_O/v'_O} = 64.8$  t/h = 18 kg/s (mentre la portata critica nelle vecchie condizioni  $\dot{m}_{\text{critica}}$  coincide con  $\dot{m} = 100$  t/h, essendo la turbina critica)

## Esercizi su compressori di gas

21. Noto il punto di funzionamento A sulla caratteristica del compressore si leggono i valori di progetto:

$\dot{m}\sqrt{T_1/T_{10}}/(p_1/P_{10}) = 9.15$  kg/s,  $\beta_c = 9.1$ ,  $\eta_c = 0.73$ . Poiché  $p_1 = p_{10}$  e  $T_1 = T_{10}$  la portata coincide con la portata corretta  $\dot{m} = 9.15$  kg/s. Il lavoro di compressione è  $L_c = C_p T_1 [\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 363$  kJ/kg e la potenza interna  $P_i = \dot{m}L_c = 3.32$  MW.

La regolazione “industriale” prevede di variare la portata mantenendo costanti le condizioni di aspirazione, quindi  $p_a = p_{10}$  e  $T_a = T_{10}$ , e di mandata,  $p_m = (\beta_c)_{\text{progetto}} p_a = 9.1$  bar.

Regolazione per variazione del numero di giri (apice '):

non intervenendo sulle pressioni si ha che  $p'_1 = p_a$  e  $p'_2 = p_m$  (oltre a  $T'_1 = T_a$ ) ed il rapporto di compressione non cambia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova quindi dove la linea orizzontale  $\beta_c = 9.1$  interseca la linea del pompaggio. Si leggono quindi  $\dot{m}'\sqrt{T'_1/T_{10}}/(p'_1/p_{10}) = 6.28$  kg/s,  $\beta'_c = 9.1$ ,  $\eta'_c = 0.79$ , da cui  $\dot{m}' = 6.28$  kg/s,  $L'_c = 335.4$  kJ/kg e  $P'_i = 21.1$  MW.

Regolazione per laminazione alla mandata (apice ''):

non intervenendo all'aspirazione si ha  $p''_1 = p_a$  (oltre a  $T''_1 = T_a$ ) ed essendo a giri costanti  $n''\sqrt{T_{10}/T''_1}/n_0 = 1$ , cioè il numero di giri corretto non varia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova quindi dove la caratteristica  $n\sqrt{T_{10}/T_1}/n_0 = 1$  interseca la linea del pompaggio. Si leggono quindi  $\dot{m}''\sqrt{T''_1/T_{10}}/(p''_1/p_{10}) = 6.94$  kg/s,  $\beta''_c = 10.41$ ,  $\eta''_c = 0.78$ , da cui  $\dot{m}'' = 6.94$  kg/s,  $L''_c = 368.2$  kJ/kg e  $P''_i = 25.5$  MW.

Regolazione per laminazione all'aspirazione (apice '''):

per un gas ideale la laminazione è isoterma ( $T'''_1 = T_a$ ) ed essendo a giri costanti il numero di giri corretto  $n'''\sqrt{T_{10}/T'''_1}/n_0 = 1$  non varia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova ancora dove la caratteristica  $n\sqrt{T_{10}/T_1}/n_0 = 1$  interseca la linea del pompaggio, e coincide con quello del caso precedente. Si leggono ancora  $\dot{m}''' \sqrt{T'''_1/T_{10}}/(p'''_1/p_{10}) = 6.94$  kg/s,  $\beta'''_c = 10.41$ ,  $\eta'''_c = 0.78$ , ma ora  $\dot{m}''' = 6.07$  kg/s (essendo ora  $p'''_1 = p_1 \beta_c / \beta'''_c \neq p_{10}$ ),  $L'''_c = 368.2$  kJ/kg e  $P'''_i = 22.3$  MW.

22. Noto il punto di funzionamento A sulla caratteristica del compressore si leggono i valori di progetto:

$\dot{m}\sqrt{T/T_0}/(p/P_0) = 33.9$  kg/s,  $\beta_c = 3.2$ ,  $\eta_c = 0.865$ . Poiché  $p_1 = p_0$  e  $T_1 = T_0$  la portata coincide con la portata corretta  $\dot{m} = 33.9$  kg/s. Il lavoro di compressione è  $L_c = C_p T_1 [\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 131.84$  kJ/kg e la potenza assorbita  $P_a = \dot{m}L_c/\eta_m = 4.7$  MW; la temperatura di mandata è  $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 419.2$  K.

La determinazione del punto di funzionamento nel caso di laminazione all'aspirazione è complicata dalla mancata conoscenza del valore di  $p'_1$  dopo la regolazione, che impedisce, nota la portata, di determinare la portata corretta (essa invece coinciderebbe con la portata nel caso di variazione del numero di giri o di laminazione alla mandata). Considerando però la necessità di mantenere invariate le pressioni nell'ambiente di aspirazione ( $p_a = p_1 = p_0$ ) e mandata ( $p_m = \beta_c p_1 = \beta'_c p'_1$ ) e che  $T_1 = T'_1$  (laminazione isoterma) si può scrivere

$$\frac{\beta'_c}{\dot{m}'\sqrt{T'_1/T_0}/(p'_1/p_0)} = \frac{\beta_c p_1/p'_1}{\dot{m}'\sqrt{T'_1/T_0}/(p'_1/p_0)} = \frac{\beta_c}{\dot{m}'\sqrt{T'_1/T_0}/(p_1/p_0)}$$

Questa relazione permette di individuare graficamente il nuovo punto di funzionamento di coordinate  $\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_0}/(p_1'/p_0)$ ,  $\beta'_c$  all'intersezione tra la curva a numero di giri caratteristico  $n'\sqrt{T_1'/T_0}/n_0 = n\sqrt{T_1/T_0}/n_0 = 1.1$  (cioè quella passante per il punto di progetto) e la retta che passa per l'origine  $\dot{m}\sqrt{T/T_0}/(p/p_0) = 0$ ,  $\beta'_c = 0$  (trovata prolungando opportunamente gli assi) ed il punto di coordinate  $\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_0}/(p_1'/p_0) = 32$  kg/s,  $\beta_c = 3.2$ . Si possono quindi leggere  $\beta'_c = 3.31$  e  $\eta'_c = 0.83$  (si noti che ora la portata non coincide più con la portata corretta). Il lavoro di compressione è  $L'_c = 142.12$  kJ/kg e la potenza assorbita  $P_a = \dot{m}L_c/\eta_m = 4.8$  MW; la temperatura di mandata è  $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 429.5$  K.

23. Trovato il punto di funzionamento del primo compressore, essendo noti portata corretta e numero di giri corretto, si leggono  $\beta_c = 2.79$ ,  $\dot{m} = 5$  kg/s e  $\eta_c = 0.78$ . Si ha quindi  $L_c = C_p T_1 [\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 131.6$  kJ/kg e la temperatura di mandata è  $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 431$  K. Per il secondo compressore  $n^* = n$ ,  $\dot{m}^* = \dot{m}$ ,  $p_1^* = p_2 = p_1\beta_c$  e  $T_1^* = T_2$ . È quindi immediato ricavare i valori di portata corretta e numero di giri corretto per il secondo compressore

$$\frac{\dot{m}^* \sqrt{T_1^*}}{p_1^*} \frac{\dot{m}' \sqrt{T_0'}}{p_0'} = 0.43$$

$$\frac{n^* \sqrt{T_1'}}{n' \sqrt{T_1^*}} = 0.834$$

da cui si deduce che il secondo compressore è in pompaggio.

Si noti che si è continuato ad indicare con il pedice 1 (anziché 0, come in figura) i valori all'aspirazione

## Esercizi su turbopompe

24. A  $n = 2500$  rpm si rileva dalla caratteristica in figura che la portata si annulla ( $Q = 0$ ) per  $H_u = 37.2$  m. In condizioni di similitudine (ovvia, se  $Q' = Q = 0$ ) si ha  $H'_u/H_u = (n'/n)^2$ ; essendo  $H'_u = 15$  m (in assenza di portata non si hanno perdite nei condotti), si ottiene  $n' = 1587.5$  rpm.

A  $n = 1587.5$  rpm si vuole ora  $H_u = 10$  m; in condizioni di similitudine, a  $n' = 2500$  rpm si avrebbe  $H'_u = H_u n'/n = 24.8$  m, e dalla caratteristica manometrica si legge  $Q' = 500$  m<sup>3</sup>/h e  $\eta' = 0.8$ ; quindi, per la similitudine,  $Q = Q' n/n' = 317.5$  m<sup>3</sup>/h

25. La prevalenza utile data dalla pompa è  $H_u = H_g + Y$ , con perdite nei condotti  $Y = kQ^2$ ; poiché  $Y = 1$  m se  $Q = 1$  m<sup>3</sup>/s, si ha che  $k = 1$  s<sup>2</sup>/m<sup>5</sup>.

Le due condizioni di funzionamento hanno rendimento massimo e sono quindi in similitudine; si ottiene perciò equazione di secondo grado in  $n$

$$H_u = 160 + kQ^2 = 160 + k(Q_0 n/n_0)^2 = H_{u0} (n/n_0)^2,$$

che dà  $n = 1.451 n_0 = 2103.9$  rpm; si calcolano poi  $H_u = 168.42$  m e  $Q = 2.902$  m<sup>3</sup>/s

26. La potenza assorbita è  $P = \rho Q g H_u / (\eta_y \eta_v \eta_m) = 20.2$  kW; il numero di giri caratteristico  $n_c = n \sqrt{P} / H_u^{5/4} = 198.35$  rpm, dove  $P$  è espressa in cavalli ( $20200 / (9.81 \cdot 75) = 27.45$  CV) e  $H_u$  in metri.

Il battente netto positivo all'aspirazione è  $NPSH_{pompa} = (c_1^2 + \lambda w_1^2) / (2g) = h_0$ ; per non avere cavitazione dev'essere  $NPSH_{circuito} = (p_a - p_v) / (\rho g) - z_1 - L_{wc1} / g > h_0$ . Applicando il primo principio in forma mista tra l'ambiente d'aspirazione e l'ingresso della pompa si ottiene  $p_1 / \rho + c_1^2 / 2 + g z_1 + L_{wc1} = p_a / \rho$ , che sostituita nella disequazione precedente dà  $(p_1 - p_v) / (\rho g) + c_1^2 / (2g) > h_0$ . La pressione di vapore a 40 gradi  $p_v = 0.074$  bar, mentre la velocità in ingresso alla pompa è  $c_1 = Q / (\pi d^2 / 4) = 3.14$  m/s. Risolvendo si ha  $p_1 / (\rho g) > 6.75$  m, valore che corrisponde alla pressione minima per non avere cavitazione.

## Esercizi su impianti di turbina a gas

Nomenclatura:

punto 1 ingresso compressore

2 uscita compressore

5 uscita gas compressi dal rigeneratore (se presente)

3 ingresso turbina

4 uscita turbina

6 uscita gas scarico turbina dal rigeneratore (se presente)

27. Argon:  $R = R^*/\mu = 8314/40 = 207.85 \text{ J/kg/K}$

$$C_p = Rk/(k-1) = 517.825 \text{ J/kg/K}$$

$$\text{lavoro compressore } L_c = C_p(T_2 - T_1) = 58.51 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{lavoro turbina } L_t = C_p(T_3 - T_4) = 80.78 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{lavoro interno } L_i = L_t - L_c = 22.27 \text{ kJ/kg (nota: sono lavori massici).}$$

Essendo la potenza interna  $P_i = P_u/\eta_m = \dot{m}L_i$  si ottiene la portata  
 $\dot{m} = P_i/L_i = 0.463 \text{ kg/s}$ .

$$\text{Il calore massico fornito } \dot{Q}_1 = \dot{Q}_1/\dot{m} = 57.8/0.463 = 124.8 \text{ kJ/Kg}$$

Poiché si ha  $\dot{Q}_1 = C_p(T_3 - T_5)$  si ottiene

$$T_5 = T_3 - \dot{Q}_1/C_p = 554^\circ\text{C e quindi}$$

$$R_s = (T_5 - T_2)/(T_4 - T_2) = 0.8.$$

$$\text{Il rendimento utile } \eta_u = P_u/\dot{Q}_1 = \eta_m L_i/\dot{Q}_1 = 0.173$$

I rendimenti isentropici sono:

$$\eta_c = L_{cis}/L_c = C_p(T_{2is} - T_1)/[C_p(T_2 - T_1)] = 0.783$$

$$\eta_t = L_t/L_{tis} = C_p(T_3 - T_4)/[C_p(T_3 - T_{4is})] = 0.835$$

$$\text{con } T_{2is} = T_1(p_2/p_1)^{(k-1)/k} = T_1\beta_c^{(k-1)/k}$$

$$T_{4is} = T_3/(p_3/p_4)^{(k-1)/k} = T_3/\beta_t^{(k-1)/k}$$

28. Sono dati i rendimenti idraulici  $\eta_{yc} = (L_c - L_w)/L_c = [m/(m-1)]/[k/(k-1)]$ ,  $\eta_{yt} = L_t/(L_t + L_w) = [k'/(k'-1)]/[m/(m-1)]$

con  $m$  esponente della politropica (ovviamente diverso per turbina e compressore); si ha inoltre che  $(k-1)/k = R/C_p$  e  $(k'-1)/k' = R'/C'_p$ .

Si determinano  $T_2$  e  $T_4$ :

$$T_2 = T_1\beta_c^{(m-1)/m} = T_1\beta_c^{R/(C_p\eta_{yc})} = 492.7\text{K e } T_4 = T_3/\beta_t^{(m-1)/m} = T_3/\beta_t^{R'\eta_{yt}/C'_p} = 907.6 \text{ K}$$

La caduta di pressione negli scambiatori è  $\eta_{\pi s} = p_5/p_2 = p_6/p_4$ ; per ciclo aperto  $p_6 = p_1$  (un ciclo chiuso avrebbe  $\eta_{\pi s} = p_1/p_6$ ), mentre la caduta di pressione nella fornitura di calore è  $\eta_{\pi b} = p_3/p_5$ : si ha perciò  $\beta_t = p_3/p_4 = \eta_{\pi s}\eta_{\pi b}\eta_{\pi s}\beta_c = 4.61$

Equazione della combustione:

$$\eta_b\dot{m}_b H_i = (\dot{m} + \dot{m}_b)C'_p(T_3 - T_5) \text{ (per ciclo non rigenerativo } T_5 = T_2)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata d'aria e  $\dot{m}_b$  è la portata di combustibile; si introduce la dosatura  $\alpha = \dot{m}/\dot{m}_b = \eta_b H_i/[C'_p(T_3 - T_5)] - 1 = 82.9$  con  $T_5 = T_2 + R_s(T_4 - T_2) = 824.6 \text{ K}$

Si ottiene quindi

$$L_c = C_p(T_2 - T_1) = 208.9 \text{ kJ/kg e } L_t = C'_p(T_3 - T_4) = 401.3 \text{ kJ/kg}$$

$$L_u = P_u/\dot{m} = \eta_o P_i/\dot{m} = \eta_o(P_t - P_c)/\dot{m} = \eta_o[L_t(1+\alpha)/\alpha - L_c] = 189.3 \text{ kJ/kg (la potenza è il prodotto di portata e lavoro massico, e la portata nella turbina è } \dot{m} + \dot{m}_b = \dot{m}(1+\alpha)/\alpha)$$

$$\text{il rendimento globale } \eta_g = P_u/(\dot{m}_b H_i) = L_u\alpha/H_i = 0.368$$



29. La compressione interrefrigerata uniforme prevede stesso  $\beta_c$  e temperatura iniziale per i due stadi di compressione. Trascurando la caduta di pressione nell'interrefrigeratore si ha  $\beta_1 = \beta_2 = \sqrt{\beta_c} = 3.606$ .

La temperatura di fine compressione (uguale per i due stadi) è  $T_2 = T_1 \sqrt{\beta_c}^{R/(C_p \eta_{yc})} = 440.6$  K e  $L_{c1} = L_{c2} = C_p(T_2 - T_1) = 154.95$  kJ/kg; il lavoro di compressione complessivo è  $L_c = L_{c1} + L_{c2} = 309.9$  kJ/kg

Il rapporto di espansione in turbina è  $\beta_t = \eta_{\pi b} \beta_c = 12.61$  da cui si ottiene

$T_4 = T_3 / \beta_t^{R \eta_{yt} / C_p} = 791.9$  K e  $L_t = C_p'(T_3 - T_4) = 658.6$  kJ/kg; trascurando la variazione di portata tra turbina e compressore ( $(1 + \alpha)/\alpha \approx 1$ ) la potenza specifica è  $L_u = P_u / \dot{m} = \eta_o [L_t(1 + \alpha)/\alpha - L_c] \approx \eta_o [L_t - L_c] = 338.2$  kJ/kg

Il calore fornito nell'unità di tempo è  $\dot{Q}_1 = (\dot{m} + \dot{m}_b) C_p'(T_3 - T_2)$  ed il calore massico (riferito alla massa d'aria)  $Q_1 = \dot{Q}_1 / \dot{m} = (1 + \alpha)/\alpha \cdot C_p'(T_3 - T_2) \approx C_p'(T_3 - T_2) = 1073.1$  kJ/kg.

Il rendimento utile è  $\eta_u = P_u / \dot{Q}_1 = L_u / Q_1 = 0.315$  ed il rendimento globale  $\eta_g = \eta_b \eta_u = 0.303$

30. Dati aria  $R = 287$  J/kg/K,  $k = 1.4$ ,  $C_p = Rk/(k - 1) = 1004.5$  J/kg/K

Con le stesse espressioni dell'esercizio 28 si calcolano  $T_2 = 603.5$  K e  $L_c = 304.9$  kJ/kg  $\alpha = 68.13$ , ed inoltre

$L_t = \eta_t C_p T_3 (1 - 1/\beta_t^{R/C_p}) = 475.2$  kJ/kg con  $\beta_t = \beta_c$ .

Si ha quindi  $L_u = 172.0$  kJ/kg e la portata d'aria si calcola come

$\dot{m} = P_u / L_u = 58.15$  kg/s con  $\eta_g = L_u \alpha / H_i = 0.274$

Si indicano con ' i valori dopo la regolazione.

Essendo  $T_1' = T_1$  (la laminazione e' isentalpica e quindi, per un gas ideale, isoterma) e  $\beta_c' = \beta_c$  e  $T_3' = T_3$  (per ipotesi) si ha che  $T_2$ ,  $L_c$  e  $\alpha$  non variano rispetto al caso precedente.

Il rapporto di espansione diventa  $\beta_t' = p_3'/p_4' = p_3'/p_1 = p_3'/p_1' \cdot p_1'/p_1 = 8 \cdot 0.7 = 5.6$  (mentre tutti i punti ' sono a pressione piu' bassa dei rispettivi corrispondenti, la pressione di scarico è ancora  $p_4' = p_1 = p_4$ ) e quindi  $L_t' = 412.4$  kJ/kg  $< L_t$ ; si ottiene  $L_u' = 110.1$  kJ/kg  $< L_u$  e  $\eta_g' = 0.176 < \eta_g$

Supponendo la turbina critica sia prima che dopo la regolazione si ha infine

$\dot{m}' = \dot{m} p_3' / p_3 \sqrt{T_3 / T_3'} = 40.7$  kg/s e  $P_u = \dot{m}' L_u' = 4.48$  MW

## Esercizi su motori a combustione interna

Dati aria  $R = 287 \text{ J/kg/K}$ ,  $k = 1.4$ ,  $C_p = 1004.5 \text{ J/kg/K}$ ;  $1 \text{ CV} = 735.5 \text{ W}$

### DEFINIZIONI E ESPRESSIONI UTILI

cilindrata (singolo cilindro)  $V = c\pi d^2/4$  ( $d =$  alesaggio (cioe' diametro),  $c =$  corsa)

cilindrata (complessiva)  $iV$ , con  $i$  numero di cilindri

grandezze riferite a un ciclo

$L_u$  lavoro utile;  $L_i$  lavoro indicato;  $m$  massa aria;  $m_b$  massa combustibile; dosatura  $\alpha = m/m_b$ ;  $m$  giri per compiere 1 ciclo ( $=2$  per motori a 4 tempi,  $=1$  per 2 tempi)

le grandezze riferite all'unita' di tempo (potenze e portate) si ottengono moltiplicando la grandezza riferita al ciclo per cicli/tempo= $n/m$  (attenzione alle unita' di misura) ad esempio  $P_u = L_u n/m$

pressione media indicata  $p_{mi} = L_i/(iV)$  pressione media effettiva  $p_{me} = L_u/(iV)$  pressione di marcia a vuoto  $p_v = p_{mi} - p_{me}$

rendimenti

limite  $\eta_{lim} = L_{lim}/(m_b/H_i)$ ; termodinamico interno  $\eta_{\theta i} = L_i/L_{lim}$ ; indicato  $\eta_i = L_i/(m_b/H_i) = P_i/(\dot{m}_b H_i)$ ; organico  $\eta_o = L_u/L_i = P_u/P_i = p_{me}/p_{mi}$ ; utile  $\eta_u = L_u/(m_b/H_i) = P_u/(\dot{m}_b H_i) = \eta_{lim} \eta_{\theta i} \eta_o$

consumo specifico  $q_b = \dot{m}_b/P_u = 1/(\eta_u H_i)$

coefficiente di riempimento  $\lambda_v = m/m_{teorica} = m/(\rho_{amb} iV) = m v_{amb}/(iV)$  ( $\rho$  e  $v$  sono densita' e volume specifico nell'ambiente di aspirazione); si ha quindi  $m_b = m/\alpha = \lambda_v iV/(\alpha v_{amb})$ ,  $p_{me} = \eta_u \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$  e  $p_{mi} = \eta_i \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$

31. Dalla relazione  $P_u = p_{me} iV n/m$  si ricava  $p_{me} = 9.73 \text{ bar}$ ;  $\eta_o = p_{me}/p_{mi} = 0.8$   
 Si calcolano poi  $v_{amb} = RT/p = 287 * 293/(760 * 133.322) = 0.83 \text{ kg/m}^3$   $\eta_u = 1/(q_b H_i) = 0.265$  (attenzione alle unita' di misura),  $\lambda_v = p_{me}/[\eta_u H_i/(\alpha v_{amb})] = 0.9$  e  $\eta_{\theta i} = \eta_u/\eta_{lim}/\eta_o = 0.849$

Una relazione sperimentale comunemente usata mette in relazione il coefficiente di riempimento con la temperatura  $\lambda'_v/\lambda_v = \sqrt{T'/T}$ , da cui  $\lambda'_v = 0.915$

Posto  $\mu = \lambda'_v/\lambda_v \cdot v_{amb}/v'_{amb} = p'/p \cdot \sqrt{T'/T}$  si ha  $P'_u = P_u \cdot \mu = 87.7 \text{ CV}$

32. Si ha  $P'_u/P_u = p'_{me}/p_{me} n'/n$ ;  
 essendo  $p_{me} = \eta_u \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$  e  $\eta_u = 1/(q_b H_i)$  si ha  $p'_{me}/p_{me} = \lambda'_v/\lambda_v q_b/q'_b = 1.101$  e quindi  $P'_u = 39.35 \text{ KW}$

La coppia è  $C = P_u/\omega$  con  $\omega = 2\pi n$  (con  $n$  in giri al secondo), oppure  $\omega = 2\pi n/60$  (con  $n$  in rpm) =  $113.7 \text{ Nm}$ . Inoltre  $C'/C = P'_u/P_u n/n'$  permette di ricavare  $C' = 125.28 \text{ Nm}$ , mentre  $\dot{m}'_b = q'_b P'_u = 3.01 \text{ g/s}$

33.  $\dot{m}_b = \rho_b V_b/t = 3.46 \text{ g/s}$  (con  $t = 0.534 * 60 \text{ s}$ )

$P_u = C \cdot \omega = 41.3 \text{ kW}$

$q_b = \dot{m}_b/P_u = 301.5 \text{ g/(kW h)}$  (attenzione alle unita' di misura)

$p_{me} = P_u/(iV n/m) = 8.35 \text{ bar}$

Per piccole variazioni di  $p$  e  $T$  si può supporre  $\eta_u$  costante e quindi  $q_b$  costante; si ha perciò  $(P_u)_{st}/P_u = (p_{me})_{st}/p_{me} = \mu = p_{st}/p * \sqrt{T'/T_{st}}$  da cui  $(P_u)_{st} = 42.5 \text{ kW}$