SISTEMI ENERGETICI

Sistemi ed unità di misura

Il sistema di misura utilizzato è il *Sistema Internazionale* (S.I.). Le grandezze fisiche che in esso sono assunte come fondamentali sono:

Grandezza	*Unità di misura*	*Simbolo*
tempo	Secondo	s
massa	Chilogrammo	kg
lunghezza	Metri	m
temperatura	Gradi Kelvin	K

Le altre grandezze fisiche sono misurate utilizzando unità di misura derivate dalle fondamentali sulla base delle varie leggi che governano la Fisica.
Ad esempio la **forza,** data dalla seconda legge della dinamica $F = m \cdot a$, è espressa in newton [N]. Se consideriamo un corpo di 1[kg] sottoposto all'accelerazione di 1[m/s²] si ha che su questo agisce una forza:

$$1[\mathrm{N}] = 1[\mathrm{kg}]\ 1\left[\mathrm{m}/\mathrm{s}^2\right] = 1\left[\mathrm{kg\,m}/\mathrm{s}^2\right].$$

Un sistema di misura ancora molto utilizzato in campo tecnico è il *Sistema Tecnico* (S.T.). Le grandezze fisiche che in esso sono assunte come fondamentali sono:

Grandezza	*Unità di misura*	*Simbolo*
tempo	Secondo	s
forza	Chilogrammo	kg
lunghezza	Metri	m
temperatura	Gradi centigradi	°C

Talvolta, per maggiore chiarezza, il simbolo utilizzato per esprimere la forza nel S.T. è il kg_p. Il campione utilizzato per quantificare la massa nel S.I. è lo stesso campione utilizzato per identificare la forza peso nel S.T.. Da questa condizione è possibile ricavare la relazione tra kg_p e N. Infatti, in base alla seconda legge della dinamica, considerando un corpo avente massa di 1 kg immerso nel campo gravitazionale terrestre, sottoposto quindi all'accelerazione di gravità pari a 9.81 m/s^2, si ha che su questo agisce una forza:

$$F = 1[\mathrm{kg}]\ 9.81[\mathrm{m/s^2}] = 9.81\left[\frac{kg\,m}{s^2}\right] = 9.81[\mathrm{N}]$$

pari ad 1 kg_p.
Nel seguito, vista l'identificazione tra il campione di massa e di peso, indicheremo il chilogrammo massa e quello peso con lo stesso simbolo kg.

Unità di misura della pressione

Dal punto di vista dimensionale la pressione è il rapporto tra una forza ed una superficie. Nel S.I. è misurata in Pascal ([Pa]), dove

$$[Pa] = [N/m^2]$$

Poichè il Pa rappresenta una pressione di entità esigua, nel campo dei sistemi energetici vengono correntemente utilizzati dei suoi multipli come

$$kPa = 10^3\,Pa; \qquad MPa = 10^6\,Pa \qquad \text{ed} \qquad bar = 10^5\,Pa$$

La pressione, però, viene misurata utilizzando anche altre unità di misura, alcune in disuso, come l'atmosfera tecnica [ata] e l'atmosfera normale [atm], altre in particolari campi e/o situazioni, come i millimetri di colonna di mercurio [mm_{Hg}]ed i millimetri di colonna d'acqua [mm_{H2O}]. I fattori di conversione tra queste unità di misura sono:

1[ata]	=	98066,5	[Pa]
1[atm]	=	101325	[Pa]
1[mm_{Hg}]	=	133,322	[Pa]
1[mm_{H2O}]	=	9,80665	[Pa]

Nella tabella UNI allegata sono riportate le unità di misura, relativamente al S.I., delle principali grandezze fisiche e i relativi fattori di conversione per le corrispondenti unità di misura nei principali sistemi di misura.

Riepilogo delle principali espressioni necessarie per la risoluzione degli esercizi applicativi.

Primo principio della termodinamica.

Forma sostanziale (Sistemi chiusi)

$$dQ_e+dL=dE \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

dove:

energia del sistema chiuso: $E = U+E_c+E_b+E_w+.....$ (Lez.3-4)

energia interna: $U = U_T+U_{ch}+.....$ (Lez.3-4)

energia cinetica: $E_c = c^2/2$ (Lez.3-4)

energia potenziale ($\vec{g}$): $E_g = gz$ (Lez.3-4)

energia dovuta al c.f.c.: $E_w = -rw^2/2$ (Lez.3-4)

e sostituendo i vari termini si ottiene:

$$dQ_e + dL = dU + dE_c + dE_g + (dE_w) \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

Conservazione dell'energia in forma meccanica

$$dL = -pdv + dE_c + dE_g + dL_w + (dE_w) \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

altra forma del primo principio della termodinamica:

$$dQ_e + dL_w = dU + pdv = di - vdp \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

Forma Euleriana (Sistemi aperti)

$$\dot{Q} + \dot{L} = \frac{dE}{dt} + \dot{E}_f \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

energia immagazzinata in un sistema aperto:

$$E = U + \frac{c^2}{2} + gz \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V E ñ \, dV \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

energia di corrente: $E_f = E + pv = i + \frac{c^2}{2} + gz$ (Lez.5-6)

$$\dot{E}_f = \sum_i \dot{E}_{f,i} = \sum_i \int_A E_f ñ \vec{c} \cdot \vec{n} dA \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

In condizioni stazionarie:

$$dQ_e + dL_i = di + dE_c + dE_g + (dE_w) \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

Conservazione dell'energia in forma meccanica

$$dL_i = vdp + dE_c + dE_g + (dE_w) + dL_w \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

Secondo principio della termodinamica

$$TdS = dQ = dQ_e + dQ_w = dQ_e + dL_w \qquad \text{(Lez.11)}$$

Modelli di gas

Gas perfetto

$$pv = RT$$

$$R = \text{cost}$$

$$c_p = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_P = \text{costante}$$

$$c_v = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_v = \text{costante}$$

$$R = c_p - c_v$$

Gas quasi perfetto

$$pv = RT$$
$$R = \text{cost}$$
$$c_p = \left.\frac{dQ}{dt}\right|_p = f(T)$$
$$c_v = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_v = f(T)$$
$$R = c_p - c_v$$

Gas reale

$$\frac{pv}{RT} = z(p,T)$$

Funzioni di stato dei gas perfetti

energia interna: $dU = c_v dT$

entalpia: $di = c_p dT$

entropia: $dS = c_v \frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{p}$

Leggi di trasformazioni per un gas

trasformazione		**equazione**	***m***	***c***
isobara	p = costante	T/v = cost	0	c_p
isoterma	T = costante	pv = cost	1	
isocora	v = costante	T/p = cost		c_v
adiabatica reversibile	$dQ_e = 0$ $dL_w = 0$	pv^k = cost	k	0
politropica	c = costante	pv^m = cost	m	$c_v \frac{m-k}{m-1}$

Esercizi applicativi del principio di conservazione dell’energia

1) Una macchina espande 3 kg/s di gas da 10 bar e 500°C sino ad 1 bar, secondo una politropica con esponente m=1.5. Si conosce L_w=62 kJ/kg e si vuol sapere la potenza interna della macchina, nonché, eventualmente, se questa scambia calore con l’eterno e quanto complessivamente.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K, energie cinetiche trascurabili all’ingresso e all’uscita).

2) In un impianto per riscaldare un ambiente il ventilatore aspira 1.5 m^3/s di aria dall’esterno nelle condizioni di 1 bar, 5°C e la manda in una tubazione in cui è inserito un riscaldatore elettrico che le fornisce calore. L’aria effluisce nell’ambiente ad una pressione pari a quella esterna con velocità trascurabile. Sapendo che il ventilatore è azionato da un motore che eroga una potenza di 3.7 kW (con un rendimento meccanico della trasmissione meccanica motore-ventilatore pari a 0.97), valutare la potenza termica richiesta al riscaldatore affinché l’aria effluisca nell’ambiente ad una temperatura di 35°C.
   (c_p=1005 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

3) In un riscaldatore entra aria nelle condizioni di 0.5 MPa, 210°C con una velocità di 50 m/s ed esce nelle condizioni di 0.45 MPa, 850°C con una velocità di 120 m/s. Sapendo che il regime di funzionamento è stazionario e che l’evoluzione del fluido nel riscaldatore è approssimabile con una politropica di esponente m, si valuti l’esponente m, il calore massico fornito al fluido nonchè l’entità delle perdite per resistenze passive L_w durante la trasformazione.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

4) Una turbopompa deve sollevare acqua da un pozzo in un serbatoio per un’altezza di 20 m. Il condotto in cui è inserita la pompa ha un diametro costante pari a 10 cm. Le perdite per resistenze passive nel condotto e nella pompa sono valutabili in un 15% del lavoro massico compiuto dalla pompa. Calcolare la potenza del motore che aziona la pompa in tali condizioni sapendo che l’acqua effluisce all’atmosfera con velocità di 2 m/s. Si assuma un rendimento meccanico nell’accoppiamento motore-pompa pari a 0.97.

5) Una turbina a vapore riceve una potenza di 10 MW dal vapore che la attraversa. Le condizioni del vapore all’ingresso sono pari a 30 bar, 450°C e la velocità del vapore è pari a 100 m/s. Il vapore viene scaricato dalla macchina con una velocità di 140 m/s ad una temperatura di 330°C in un ambiente ove regna una pressione di 1 MPa.
   Determinare la portata di vapore che attraversa la macchina.

6) In una turbina a gas diabatica i gas si espandono a partire dalla temperatura di 800°C seguendo una linea di espansione di esponente m =1.3. Sapendo che il rapporto di espansione (rapporto tra la pressione all’ammissione e quella allo scarico della turbina) è pari a 4 e che il calore introdotto dall’esterno durante l’espansione ammonta a 30 kJ/kg, determinare la temperatura alla fine dell’espansione ed il lavoro di espansione.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

7) Una bombola della capacità di 5 litri, contenente aria nelle condizioni ambiente di 1 bar e 300 K, è collegata tramite una valvola ad un grande serbatoio contenente aria alla pressione di 150 bar ed alla temperatura di 300 K. Aprendo la valvola nella bombola entra aria fino a portare la pressione interna a 150 bar. Trascurando gli scambi di calore con l'esterno durante il processo di riempimento, determinare la massa di aria che entra e la temperatura media dell'aria nella bombola al termine del riempimento.
(c_p=1004.5 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

Soluzioni esercizi applicativi I° principio della termodinamica

1)

La macchina lavora in condizioni stazionarie. Applicando il principio di conservazione dell'energia in forma euleriana tra le sezioni di ingresso (1) e di uscita (2) della macchina, supposta motrice, possiamo scrivere:

$Q_e - L_i = Di + DE_c + \ldots$

dove: $DE_c \cong 0$

$Di = cp(T_2 - T_1)$

La temperatura T_2 è determinabile tramite l'espressione della politropica che unisce gli stati 1 e 2 del fluido:

$T_2 = T_1 \left(\dfrac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}}$ = (273+500)*(1/10)^(0,5/1,5) = 358,79 K

$Di = cp(T_2 - T_1)$ = 1,05*(358,79-773)= - 434,91 kJ/kg

Il lavoro che il fluido esercita sugli organi mobili della macchina può essere determinato dall'equazione dell'energia in forma meccanica:

$$L_i = -\int_1^2 v\,dp - \Delta E_c - L_w \cong -\int_1^2 v\,dp - L_w$$

L'integrale definito tra 1 e 2 ha soluzione:

$$-\int_1^2 v\,dp = \frac{m}{m-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{1}{\left(\dfrac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{m-1}{m}}} \right) = \frac{m}{m-1} RT_1 \left(1 - \frac{1}{b^{\frac{m-1}{m}}} \right) =$$

= (1,5/0,5)*287*773*(1-1/(10^(0,5/1,5)))/10^3 = 356,63 kJ/kg

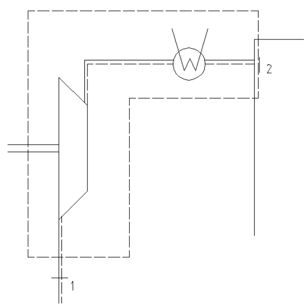
L_i = 356.63-62= 294.63 kJ/kg

$P_i = \dot{m} L_i$ = 3*356,63 = 883,9 kW

Il calore massico scambiato con l'esterno risulta quindi:

$Q_e = L_i + Di$ = 294,63 - 434,91 = -140,28 kJ/kg (negativo in quanto sottratto al fluido che si espande attraverso la macchina).

2)



Con riferimento allo schema rappresentato a lato, applichiamo il principio di conservazione dell'energia, nella forma utilizzata per sistemi aperti:

$\dot{Q}_e + \dot{L}_i = \dot{m}(\Delta i + \Delta E_c)$

dove: $DE_c \cong 0$

$Di = cp(T_2 - T_1)$ = 1,005*(35-5) = 30,15 kJ/kg

$\dot{L}_i = \dot{m} L_i = P_i = h_m P_a$ = 0,97*3,7 = 3,59 kW

La portata in massa che attraversa il sistema si determina moltiplicando la portata in volume ($\dot{V}$), nota nella sezione di ingresso, per la densità massica nella stessa sezione.

$\rho_1 = \dfrac{p_1}{RT_1}$ = 10^5/(287*278) = 1,253 kg/m^3

$\dot{m} = \rho_1 \dot{V}$ =1,253*1,5=1,88 kg/s

La potenza termica richiesta dal riscaldatore è quindi data da:

$\dot{Q}_e = \dot{m}\Delta i - \eta_m P_a$ =1,88*30,15-3,59=53,09 kW

3)

L'evoluzione del fluido nel riscaldatore è approssimabile con una politropica e pertanto, indicando con i pedici 1 e 2 rispettivamente le condizioni del fluido all'ingresso e all'uscita, si ha:

$\dfrac{p_2}{p_1} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$ da cui si ottiene:

$\dfrac{m}{m-1} = \dfrac{ln(p_2/p_1)}{ln(T_2/T_1)}$ = *ln*(0,45/0,5)/*ln*(1123/483) = -0,125; *m* = 0,111

Il calore massico fornito al fluido si determina tramite l'espressione del I° principio, scritto secondo il criterio di studio euleriano:

$Q_e - L_i = \Delta i + \Delta E_c + \ldots$

con $L_i = 0$ in quanto non ci sono organi mobili che scambiano lavoro con il fluido

Q_e = cp(T_2-T_1)+(c_2^2-c_1^2)/2 = 1,05*(1123-483)+(120^2-50^2)/2/10^3 = 677,95 kJ/kg

Il lavoro delle resistenze passive durante la trasformazione è determinabile tramite l'espressione del I° principio in forma meccanica

$$L_i = -\int_1^2 v\,dp - \Delta E_c - L_w = 0;$$

da cui

$$L_w = -\int_1^2 v\,dp - \Delta E_c = -\frac{m}{m-1} RT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) + \frac{\left(c_1^2 - c_2^2\right)}{2} =$$

= -0,111/(-0,889)*287*483*((0,45/0,5)^(-0,889/0,111)-1) +(50^2-120^2)/2 =
= 16987 J/kg = 16,99 kJ/kg

4)

Applichiamo il principio di conservazione dell'energia in forma meccanica tra il pelo libero del serbatoio di aspirazione della pompa (pedice a) e l'uscita del condotto di mandata (pedice u), tenendo presente che il fluido di lavoro è acqua, che considereremo incomprimibile.

$$L_i = \int_1^2 v\,dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w = \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w = g(H_u^0 - H_a^0) + L_w$$

dove, nell'ultima espressione, si è utilizzata la definizione di carico totale $H^0 = \frac{p}{rg} + \frac{c^2}{2g} + z$

Nella sezione di uscita il carico totale è $H_u^0 = \frac{p_{atm}}{rg} + \frac{c_u^2}{2g} + z_u$

al pelo libero del serbatoio di aspirazione è $H_a^0 = \frac{p_{atm}}{rg} + z_a$

sostituendo queste espressioni nell'equazione di partenza si ottiene:

$L_i - L_w = g(z_u - z_a) + \frac{c_u^2}{2}$ = 9,8*20+2^2/2 = 198 J/kg

L_i = 198/0,85 = 232,94 J/kg

Per calcolare la potenza del motore che aziona la pompa occorre dapprima determinare la portata in massa che manda la pompa:

$\dot{m} = rp \frac{f^2}{4} c_u$ = 1000*3,142*(10*10-^{2})^2/4*2 = 15,71 kg/s

La potenza richiesta dal motore risulta essere

$P_M = \frac{P_i}{h_m} = \frac{\dot{m} L_i}{h_m}$ = 15,71*232,94/0,97/10^3 = 3,77 kW

5)

Applichiamo il primo principio della termodinamica in forma euleriana tra ingresso (1) e uscita (2) della turbina a vapore, utilizzando la convenzione delle macchine motrici:

$Q_e - L_i = Di + DE_c + \ldots$

con Q_e = 0 perchè la macchina è adiabatica.

Dal diagramma di Mollier è possibile determinare l'entalpia del vapore in 1, intersecando l'isobara di 30 bar con l'isoterma di 450°C;

si ottiene i_1 = 3344 kJ/kg.

Analogamente, le condizioni del vapore all'uscita della turbina sono determinabili tramite l'isobara a 10 bar e l'isoterma a 330°C:

i_2 = 3115 kJ/kg.

$L_i = i_1 - i_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$ = 3344-3115+(100^2-140^2)/2/10^3 = 224,2 kJ/kg

$\dot{m} = \frac{P_i}{L_i}$ = 10*10^3/224,2 = 44,60 kg/s = 160,6 t/h

6)

La temperatura di scarico dei gas dalla turbina è determinabile utilizzando l'equazione della trasformazione politropica tra ingresso (3) e uscita (4) della macchina:

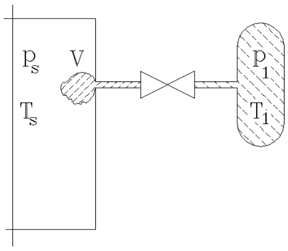
$$T_4 = \frac{T_3}{\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{m-1}{m}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{m-1}{m}}}$$ = 1073/4^(0,3/1,3) = 779,2 K

Il lavoro massico è dato dall'espressione ($\Delta E_c \cong 0$):

$L_i = i_3 - i_4 + Q_e = c_p\left(T_3 - T_4\right) + Q_e$ =1,05*(1073-779,2)+30 = 338,46 kJ/kg

7)

Con riferimento allo schema rappresentato a lato, applichiamo il principio di conservazione dell'energia in forma lagrangiana al sistema costituito dalla massa m_1, inizialmente presente nella bombola prima dell'apertura della valvola, e dalla massa m che, presente inizialmente nel serbatoio, sarà introdotta nella bombola al termine del riempimento. Pertanto la massa che complessivamente sarà presente nella bombola al termine del riempimento varrà $m_1 + m$.



$dQ_e + dL = dE = dU + dE_c + \ldots$

Trascurando gli scambi di calore durante il processo di riempimento ed integrando l'espressione tra l'istante immediatamente prima dell'apertura della valvola e l'istante in cui ha termine il riempimento si ottiene:

$L = \Delta U + \Delta E_c \cong \Delta U = (m_1+m)\, U_{1_f} - m_1 U_1 - m\, U_S$

in quanto la variazione di energia cinetica è trascurabile tra l'istante di fine e l'istante di inizio riempimento.
Il lavoro effettuato dalle forze esterne sul sistema è dato da:

$$L = -\int_{S_{m_1+m}} p\,dV = -p_S \int_{S_{m_1+m}} dV = p_S V$$

avendo indicato con S_{m_1+m} la superficie che delimita il sistema con l'esterno, e con V il volume occupato dalla massa m nel serbatoio prima del processo di riempimento.
Applicando quindi l'equazione di stato dei gas perfetti alle masse m_1 e m all'inizio del processo e a m_1+m al termine del riempimento, possiamo scrivere:

$$m = \frac{p_S V}{R T_S}$$

$$m_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

$$m + m_1 = \frac{p_{1_f} V_1}{R T_{1_f}} = \frac{p_S V_1}{R T_{1_f}}$$

ed esprimendo le energie interne per l'aria, considerata come un gas perfetto,
$U = c_v T + cost = c_v T$
Sostituendo le espressioni determinate nella seconda equazione si ottiene:

$$mRT_S = \frac{p_S V_1}{RT_{1_f}} c_v T_{1_f} - m_1 c_v T_1 - m c_v T_S$$

da cui: $m(R + c_v)T_S = \frac{c_v}{R} p_S V_1 - \frac{c_v}{R} p_1 V_1 = \frac{c_v}{R} V_1 (p_S - p_1)$

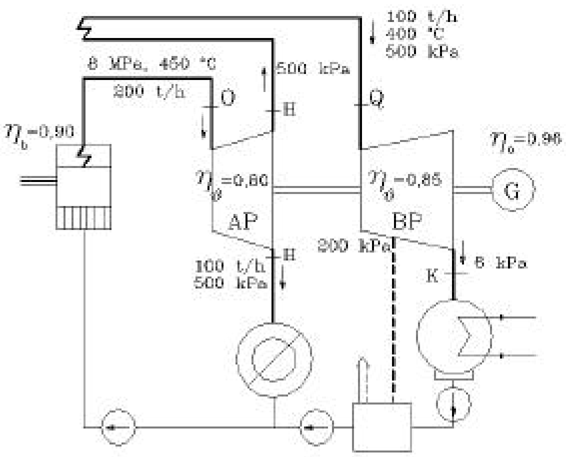
$m = \frac{c_v}{Rc_p} \frac{V_1}{T_S} (p_S - p_1) = \frac{1}{kR} \frac{V_1}{T_S} (p_S - p_1)$ = 0,639 kg

$m_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$ = 5,81*10^{-3} kg

$T_{1_f} = \frac{p_S V_1}{R(m + m_1)}$ = 405,0 K

Esercizi sugli impianti a ciclo Rankine

8) Un impianto termoelettrico con turbina a vapore, rigenerativo, consuma 63 t/h di combustibile avente potere calorifico inferiore a pressione costante H_i = 40 MJ/kg e richiede per la condensazione 26650 m^3/h di acqua che si riscalda di 12°C nel passaggio attraverso il condensatore. Il rendimento del generatore di vapore vale η_b=0.90; gli ausiliari assorbono una potenza di 12 MW, le perdite meccaniche della turbina ammontano a 5 MW.
Calcolare la potenza utile dell'impianto ed il rendimento globale.



9) Nell'impianto a vapore a ricupero parziale schematizzato nelle condizioni nominali di funzionamento si domandano:
   - la potenza utile;
   - il rendimento globale;
   - la portata di combustibile (avendo esso un potere calorifico inferiore H_i = 40000 kJ/kg).

(*I calcoli vengano effettuati ipotizzando che il liquido sia restituito dall'utilizzazione termica nelle condizioni di saturazione alla pressione di 500kPa, e che all'uscita del degasatore-rigeneratore l'acqua si trovi nelle condizioni di saturazione a 200 kPa. Si noti che quest'ultima ipotesi è usuale in probemi di questo tipo a meno che il liquido non sia sottoraffreddato. In questo caso sarà indicata la temperatura dell'acqua all'uscita dello scambiatore.*
Per determinare le condizioni del vapore spillato nella turbina di bassa pressione (BP) si può ipotizzare che:
a) l'espansione sia rappresentata da una retta sul diagramma di Mollier;
b) il rendimento termodinamico tra ingresso turbina e punto di estrazione sia pari a quello dell'intero corpo della turbina.
Le due ipotesi, entrambe approssimate, comportano risultati lievemente diversi.
L'impianto in esame è di tipo cogenerativo, atto cioè alla produzione congiunta di lavoro e calore, e pertanto la definizione di rendimento globale che occorre adottare è di tipo economico).

10) Un impianto convenzionale a vapore ha le seguenti caratteristiche in condizioni nominali:
   - pressione all'uscita del generatore di vapore p_O = 100 bar;
   - temperatura all'uscita del generatore di vapore t_O = 550°C;
   - pressione al condensatore p_k = 0,05 bar:
   - rendimento termodinamico interno della turbina η_θ = 0.80.

Calcolare il rendimento utile del ciclo assumendo un rendimento organico η_0 = 0.96.
Determinare inoltre il rendimento utile qualora si renda l'impianto rigenerativo. Supporre che lo spillamento rigenerativo venga effettuato alla pressione di 3 bar e che la frazione spillata, desurriscaldata e condensata, serva a portare, in un condensatore a miscela,

l'acqua all'uscita dal condensatore alla temperatura corrispondente alle condizioni di saturazione alla pressione di 3 bar.

11) In un impianto a recupero parziale le condizioni del vapore all'ingresso della turbina sono: 60 bar e 500°C. Le condizioni del vapore all'estrazione sono pari a 3 bar e 190°C. La turbina di bassa pressione ha rendimento termodinamico interno η_θ = 0.8, e la pressione al condensatore vale 0.06 bar. In tali condizioni il generatore di vapore produce una portata di vapore pari a 160 t/h (η_b = 0,90) e l'impianto sviluppa una potenza di 35 MW (η_0 = 0,95). Determinare la portata estratta ed il rendimento globale dell'impianto nell'ipotesi che la portata estratta venga reintegrata alla stessa temperatura della condensa proveniente dal condensatore.

Soluzione esercizi sugli impianti a ciclo Rankine

8)

La potenza termica fornita al fluido nel generatore di vapore è data dall'espressione:

$\dot{Q}_1 = \eta_b \dot{m}_b H_i$ = 0,90*63/3,6*40 = 630 MW

La potenza termica sottratta al fluido nel condensatore vale:

$\dot{Q}_2 = c_h \dot{m}_h \Delta T_h = c_h \rho_h Q_h \Delta T$ = 4,1868*1000*26650/3600*12*10^{-3} = 371,93 MW

La potenza utile dell'impianto vale:

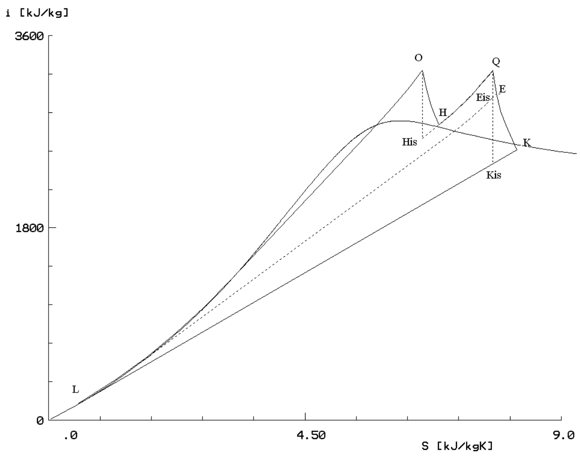
$P_u = P_i - P_{aux} - P_m = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 - P_{aux} - P_m$ = 630-371,93-12-5 = 241,07 MW

e il rendimento globale:

$\eta_g = \eta_b \dfrac{P_u}{\dot{Q}_1}$ = 0,90*241,07/630 = 0,344

9)

Con riferimento alla simbologia indicata sullo schema dell'impianto, dal diagramma di Mollier si ricava:



i_O = 3274,3 kJ/kg

$i_{H_{is}}$ = 2637,3 kJ/kg

i_Q = 3272,1 kJ/kg

$i_{K_{is}}$ = 2401,6 kJ/kg

dalla definizione di rendimento isoentropico in turbina abbiamo:

$i_H = i_O - \eta_{J_{AP}}\left(i_O - i_{H_{is}}\right)$ = 2764,7 kJ/kg

$i_K = i_Q - \eta_{J_{BP}}\left(i_Q - i_{K_{is}}\right)$ = 2532,2 kJ/kg

Dalle tabelle delle curve limiti del vapore si determina inoltre

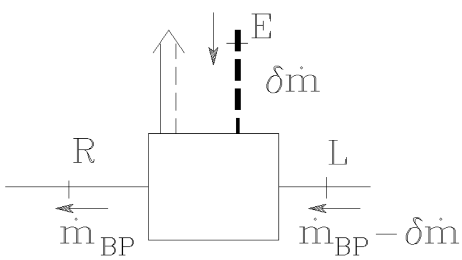
- liquido uscita condensatore i_L = 151,50 kJ/kg
- liquido saturo uscita utenza termica i_U = 640,1 kJ/kg

Per determinare le condizioni del vapore spillato a 2 bar (punto E) durante l'espansione nella turbina BP ipotizziamo che il rendimento termodinamico tra Q ed E valga 0,85, lo stesso valore che viene fornito per tutto il corpo di BP (è questa un'ipotesi di lavoro in mancanza di dati più precisi relativi alle condizioni del vapore spillato).

$i_{E_{is}}$ = 3016,8 kJ/kg

$i_E = i_Q - \eta_{J_{BP}}\left(i_Q - i_{E_{is}}\right)$ = 3055,1 kJ/kg

La portata estratta durante l'espansione nella BP si determina mediante un bilancio allo scambiatore a miscela:



$\left(\dot{m}_{BP} - \delta\dot{m}\right) i_L + \delta\dot{m}\, i_E = \dot{m}_{BP} i_R$

da cui

$$\delta\dot{m} = \dot{m}_{BP}\frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$$

l'entalpia del punto R si determina dalle tabelle delle curve limiti alla pressione di 2 bar:
i_R = 504,70 kJ/kg

risulta quindi $\delta\dot{m} = \dot{m}_{BP}\frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$ = 100*(504,70-151,5)/(3055,1-151,5) =12,16 t/h = 3.38 kg/s

La potenza utile fornita dall'impianto è data dall'espressione:

$$P_u = \eta_0\left[\dot{m}_{AP}(i_O - i_H) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_E) + (\dot{m}_{BP} - \delta\dot{m})(i_E - i_K)\right] =$$

= 0,96*[200*(3274,3-2764,7)+100*(3272,1-3055,1)+(100-12,16)*(3055,1-2532,2)]/3,6/10^3 = 45,21 MW

mentre la potenza termica che viene fornita al fluido nel generatore vale:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_{AP}(i_O - i_M) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_H)$$

dove i_M rappresenta l'entalpia del liquido prima dell'ingresso nel generatore di vapore. Per determinare questo valore occorre effettuare un bilancio energetico al nodo di confluenza utenza termica – liquido uscita dal degasatore-rigeneratore:

$$i_M = \frac{(\dot{m}_{AP} - \dot{m}_{BP})i_U + \dot{m}_{BP}i_R}{\dot{m}_{AP}}$$ = (100*640,1+100*504,70)/200 = 572,4 kJ/kg

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_{AP}(i_O - i_M) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_H) =$$

=[200*(3274,3-572,4)+100*(3272,1-2764,7)]/3,6/10^3 = 164,2 MW

La portata di combustibile si determina dalla definizione di rendimento del generatore di vapore:

$$\dot{m}_b = \frac{\dot{Q}_1}{\eta_b H_i}$$ = 164,2/(0,9*40) = 4,56 kg/s

Il rendimento globale del ciclo è definito dall'espressione:

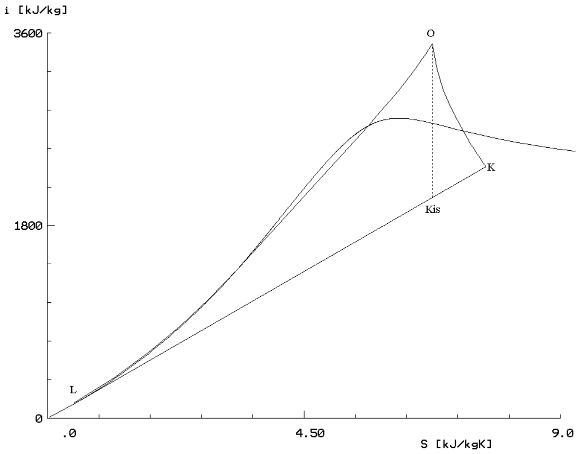
$$\eta_g = \eta_b\frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_U}$$

la potenza termica fornita all'utenza termica è

$\dot{Q}_U = (\dot{m}_{AP} - \dot{m}_{BP})(i_H - i_U)$ = 100*(2764,7-640,1)/3,6/10^3 = 59,01 MW

$$\eta_g = \eta_b\frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_U}$$ = 0,90*45,21/(164,2-59,01) = 0,387

10)



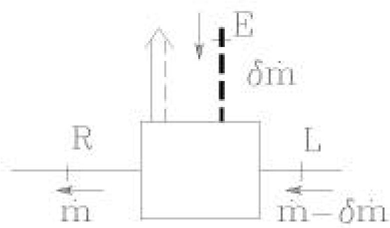
Con riferimento al ciclo Rankine indicato a lato, dal diagramma di Mollier si ricava:
i_O = 3499,8 kJ/kg
$i_{K_{is}}$ = 2059,8 kJ/kg
e dalla definizione di rendimento isoentropico:
$i_K = i_O - \eta_J\left(i_O - i_{K_{is}}\right)$ = 2347,8 kJ/kg
Dalle tabelle delle curve limiti del vapore si determina inoltre per il liquido all'uscita del condensatore
i_L = 137,77 kJ/kg
Il rendimento utile del ciclo base è dato dalla relazione:

$$\eta_u = \frac{P_u}{\dot{Q}_1} = \frac{L_u}{Q_1} = \eta_0\frac{L_i}{Q_1} = \eta_0\frac{i_O - i_K}{i_O - i_L}$$ = 0,96*(3499,8-2347,8)/(3499,8-137,77) = = 0,329

Nel caso di ciclo reso rigenerativo, le condizioni del vapore spillato alla pressione di 3 bar (punto E) sono determinate in modo analogo a quanto fatto nell'esercizio **9)**.
$i_{E_{is}}$ = 2629,3 kJ/kg
$i_E = i_O - \eta_J\left(i_O - i_{E_{is}}\right)$ = 2803,4 kJ/kg
Per la presenza dello spillamento rigenerativo la definizione del rendimento utile deve tener conto del fatto che la portata in massa attraverso la turbina non è costante, e quindi:

$$\eta_u' = \frac{P_u'}{\dot{Q}_1'} = \eta_0\frac{\dot{m}\left(i_O - i_E\right) + \left(\dot{m} - \delta\dot{m}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\dot{m}\left(i_O - i_R\right)} = \eta_0\frac{\left(i_O - i_E\right) + \left(1 - \frac{\delta\dot{m}}{\dot{m}}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\left(i_O - i_R\right)}$$

dove i_R rappresenta l'entalpia di saturazione del liquido a 3 bar; dalle curve limiti
i_R = 561,4 kJ/kg



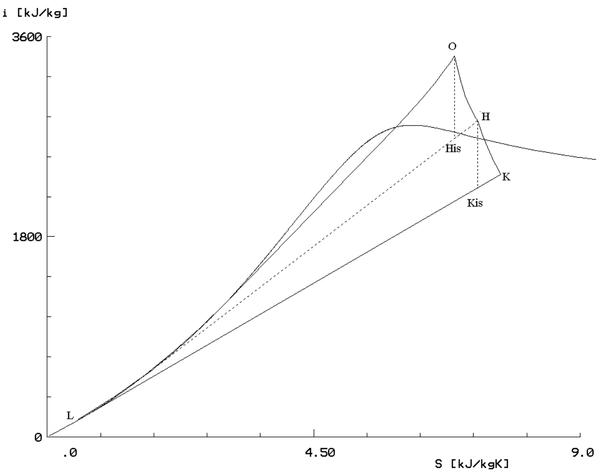
Dal bilancio del rigeneratore a miscela si ha:
$\delta\dot{m}\, i_E + \left(\dot{m} - \delta\dot{m}\right) i_L = \dot{m}\, i_R$

da cui $\frac{\delta\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$ = (561,4-137,77)/(2803,4-137,77) = 0,159

$$\eta_u' = \eta_0\frac{\left(i_O - i_E\right) + \left(1 - \frac{\delta\dot{m}}{\dot{m}}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\left(i_O - i_R\right)}$$ = 0,96*[3499,8-2803,4+(1-0,159)*(2803,4-2347,8)]/(3499,8-561,4) = 0,353

11)

Con riferimento al ciclo Rankine indicato a lato, mediante il diagramma di Mollier si ricavano le seguenti entalpie per il vapore:



i_O = 3422,2 kJ/kg
i_H = 2845,0 kJ/kg
$i_{K_{is}}$ = 2238,6 kJ/kg
dalla definizione di rendimento isoentropico nella turbina BP:
$i_K = i_H - h_{J_{BP}}\left(i_H - i_{K_{is}}\right)$ = 2359,9 kJ/kg
Le tabelle delle curve limiti del vapore danno, per l'uscita dal condensatore
i_L = 151,50 kJ/kg
La portata estratta per l'utenza termica è determinabile dall'espressione di potenza utile dell'impianto:

$$P_u = h_0\left[\dot{m}_{AP}\left(i_O - i_H\right) + \left(\dot{m}_{AP} - \dot{m}_U\right)\left(i_H - i_K\right)\right]$$

$\dot{m}_U = \dfrac{\dot{m}_{AP}\left(i_O - i_K\right) - P_u / h_0}{\left(i_H - i_K\right)}$ = [160/3,6*(3422,2-2359,9)-35*10^3/0,95]/(2845,0-2359,9) = 21,38 kg/s

La potenza termica fornita all'utenza risulta:
$\dot{Q}_U = \dot{m}_U\left(i_H - i_L\right)$ = 21,38*(2845,0-151,50)/10^3 = 57,59 MW
Al generatore di vapore si fornisce:
$\dot{Q}_1 = \dot{m}_{AP}\left(i_O - i_L\right)$ = 160*(3422,2-151,50)/3,6/10^3 = 145,36 MW
Il rendimento globale dell'impianto a ricupero parziale vale quindi:

$h_g = h_b \dfrac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_U}$ = 0,90*35/(145,36-57,59) = 0,359

Esercizi sugli ugelli

12) Un ugello isoentropico ed adiabatico riceve aria a 700°C ed alla pressione di 6 bar e la scarica alla pressione di 1 bar; la velocità del fluido nella sezione d'ingresso dell'ugello è pari a 100 m/s. Sapendo che l'area della sezione di uscita vale $A_u = 3$ cm^2, calcolare la la portata in massa e la velocità all'uscita.

13) Un ugello diabatico riceve del vapore a 20 bar, 400°C con velocità pari a 100 m/s. Le condizioni del vapore nella sezione di uscita dell'ugello (A_u = 10 cm^2) sono di 3 bar e 250°C. Sapendo che durante l'espansione il vapore riceve un calore massico pari a 42 kJ/kg, si determini la velocità del vapore all'uscita dell'ugello e la portata in massa.

14) Un ugello convergente-divergente, adiabatico, espande aria dalle condizioni di monte p_0, T_0 *(c_0 @ 0)* sino alla pressione di 1 bar. Nella sezione ristretta, di area pari a 100 cm^2, si ha una pressione di 3 bar ed una temperatura di 500 K. Nella sezione di uscita si rileva una temperatura di 350 K. Considerando l'espansione isoentropica nel tratto convergente dell'ugello, si determinino la portata d'aria che attraversa l'ugello, la velocità dell'aria nella sezione d'uscita, l'area della sezione d'uscita e le condizioni (pressione e temperatura) nell'ambiente di monte.
(L'espansione è isoentropica nel solo tratto convergente dell'ugello e pertanto le relazioni ricavate per il dimensionamento ideale di un ugello sono applicabili al solo tratto convergente. Si noti inoltre che l'espansione continua nel tratto divergente dell'ugello e questo permette di capire se l'efflusso è critico o subritico)

15) Un ugello convergente-divergente espande aria da un ambiente a pressione di 2.5 bar, temperatura di 543 K e velocità trascurabile, sino ad un ambiente ove regna la pressione di 1 bar. L'ugello è caratterizzato da una sezione di uscita di 5,493 cm^2 ed un rapporto delle pressioni in condizioni di adattamento pari a 0.11. Per le condizioni di lavoro indicate, valutare la portata d'aria che attraversa l'ugello e la velocità di efflusso del fluido nella sezione di uscita.
(L'ugello non lavora sicuramente in condizioni di adattamento, ma, ricordando il significato di rapporto critico delle pressioni, è possibile dire che l'efflusso è critico).

16) Un ugello De Laval, isoentropico, è progettato per ricevere una portata di 10 kg/s di vapore a 160 bar e 500°C con velocità di 150 m/s e pressione di scarico pari a 20 bar.
Calcolare la portata di vapore che attraversa l'ugello quando questo è alimentato con vapore a 50 bar, 400°C e velocità trascurabile, mentre la pressione nell'ambiente di valle è stata variata in modo da mantenere l'ugello adattato. Si determini anche il valore della pressione nell'ambiente di scarico.
(La pressione di scarico dell'ugello in condizioni di progetto è anche la sua pressione di adattamento; è noto quindi il rapporto di adattamento dell'ugello, che rappresenta una caratteristica dell'ugello dipendente dalla sua geometria e dal fluido di lavoro (k). L'influenza della variabilità dell'esponente k sul valore del rapporto di adattamento si può normalmente trascurare).

Soluzioni esercizi sugli ugelli

12)

Indichiamo le condizioni del fluido nell'ambiente di monte e nell'ambiente di valle dell'ugello rispettivamente con i pedici 1 e 2. La temperatura del fluido all'uscita dell'ugello è data dall'equazione dell'isoentropica applicata tra ambiente di monte ed uscita:

$$T_u = T_1 * \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$ = (700+273)*(1/6)^(0,4/1,4) = 583,15 K

$$r_u = \frac{p_u}{RT_u} = \frac{p_2}{RT_u}$$ = 10^5/(287*583,15) = 0,597 kg/m^3

La velocità all'uscita si determina applicando il principio di conservazione dell'energia in forma euleriana tra ambiente di monte e sezione di uscita dell'ugello:

$$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0$$

Nel caso di ugello L_i = 0 (non ci sono organi mobili che scambiano lavoro con il fluido); inoltre la trasformazione è adiabatica, e quindi Q_e = 0.

Risulta quindi:

$$\Delta i^0 = 0$$

da cui $c_u = \sqrt{2c_p\left(T_1^0 - T_u\right)} = \sqrt{c_1^2 + 2c_p\left(T_1 - T_u\right)}$ =

= (100^2+2*1004,5*(973-583,15))$^{1/2}$ = 890,62 m/s

La portata d'aria smaltita dall'ugello vale:

$\dot{m} = r_u A_u c_u$ = 0,597*3*10^{-4}*890,62 = 0,160 kg/s.

13)

Poichè l'ugello è diabatico, occorre applicare il I° principio, scritto secondo il criterio di studio euleriano, in forma completa:

$$Q_e + L_i = Q_e = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0$$

Si ottiene:

$$c_u = \sqrt{2Q_e + c_1^2 + 2\left(i_1 - i_u\right)}$$

I valori di entalpia si determinano tramite il diagramma di Mollier, poichè sono noti, per entrambi i punti, i valori di pressione e temperatura:

i_1 = 3247,5 kJ/kg

i_u = 2967,1 kJ/kg

$c_u = \sqrt{2Q_e + c_1^2 + 2\left(i_1 - i_u\right)}$ = (2*42*10^3+100^2+2*(3247,5-2967,1)*10^3)$^{1/2}$ =

= 809,20 m/s

La portata di vapore smaltita dall'ugello si determina mediante l'equazione di continuità:

$$\dot{m} = \frac{A_u c_u}{v_u}$$

dove il volume massico si ricava dal diagramma di Mollier nell'intersezione tra l'isobara e l'isoterma in u:

v_u = 0,796 m^3/kg

$\dot{m} = \frac{A_u c_u}{v_u}$ = (10*10^{-4}*809,2)/0,796 = 1,02 kg/s.

14)

L'espansione del fluido avviene anche lungo il tratto divergente dell'ugello e pertanto il De Laval lavora in condizioni critiche. Calcoliamo la portata in massa con riferimento alle condizioni nella sezione ristretta:

$\dot{m} = \rho_r A_r c_r$

$\rho_r = \frac{p_r}{RT_r}$ = 3*10^5/(287*500) = 2,09 kg/m^3

Nelle condizioni di funzionamento indicate, la velocità nella sezione ristretta è pari alla velocità del suono:

$c_r = c_{s_r} = \sqrt{kRT_r}$ = (1,4*287*500)$^{1/2}$ = 448,22 m/s

$\dot{m} = \rho_r A_r c_r$ = 2,09*100*10^{-4}*448,22 = 9,37 kg/s

Poichè l'evoluzione del fluido è isoentropica nel tratto convergente dell'ugello, è possibile calcolare le condizioni nell'ambiente di monte tramite la definizione di pressione critica e di temperatura critica:

$p_0 \cong p_0^0 = \frac{p_r}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}$ = 3/((2/2,4)^(1,4/0,4)) = 5,68 bar

$T_0 \cong T_0^0 = \frac{T_r}{\frac{2}{k+1}}$ = 500/(2/2,4) = 600 K

Per determinare la velocità c_u possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia tra sezione ristretta e sezione di uscita:

$c_u = \sqrt{2c_p\left(T_r^0 - T_u\right)} = \sqrt{2c_p\left(T_0^0 - T_u\right)} \cong \sqrt{2c_p\left(T_0 - T_u\right)}$ = (2*1004,5*(600-350))$^{1/2}$ =

= 708,70 m/s

e l'area della sezione di uscita si ricava dall'equazione di continuità

$A_u = \frac{\dot{m}}{\rho_u c_u}$

La densità nella sezione di uscita è data dall'equazione di stato:

$\rho_u = \frac{p_u}{RT_u} = \frac{p_2}{RT_u}$ = 10^5/(287*350) = 0,996 kg/m^3

Si è posto l'uguaglianza tra p_u e p_2 in quanto, qualunque sia il tipo di trasformazione seguita dal fluido nell'ugello, la pressione sulla sezione di uscita si dovrà comunque portare al valore di pressione dell'ambiente di valle. Questo potrà avvenire tramite l'evoluzione isoentropica (ugello adattato) oppure il riequilibrio della pressione avverrà o tramite un urto fluidodinamico (per $p_2 > p_{ad}$), retto o oblicuo, che potrà verificarsi o all'interno o nella sezione di uscita dell'ugello, o tramite una postespansione (per $p_2 < p_{ad}$), che avverrà sempre nella sezione di uscita.

$$A_u = \frac{\dot{m}}{\rho_u c_u}$$ = 9,37/(0,996*708,7) = 132,7*10^{-4} m^2

15)

Il rapporto tra pressione di valle (pedice 2) e pressione totale di monte (pedice 1) nel funzionamento del De Laval vale:

$$\frac{p_2}{p_1^0} \cong \frac{p_2}{p_1} = 0{,}4 < \left(\frac{p_r}{p_1^0}\right)_{cr} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0{,}528$$

Pertanto, essendo il rapporto discriminante $\left(\frac{p_2}{p_1^0}\right)_{discr}$ superiore al rapporto critico delle pressioni che si verifica nella sezione ristretta dell'ugello, possiamo affermare che il funzionamento dell'ugello è critico. Saremmo potuti giungere alla stessa conclusione, senza effettuare nessun calcolo, in base all'osservazione che nel tratto divergente si ha un'espansione del fluido, e questo è possibile solo in campo supersonico.

La portata può essere determinata in condizioni di adattamento, in quanto a parità di condizioni di monte, la portata rimane costante per ugello critico, indipendentemente dal rapporto di espansione.

$$\dot{m} = A_u \sqrt{\frac{2k}{k-1} p^0 \rho^0 \left[\left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

$$\rho^0 = \frac{p^0}{RT^0} \cong \frac{p_1}{RT_1}$$ = 2,5*10^5/(287*543) = 1,60 kg/m^3

$\dot{m}$ = 5,493*10^{-4}*((2*1,4/0,4)*2,5*10^5*1,60*[0,11^(2/1,4)-0,11^(2,4/1,4)])$^{1/2}$ =
= 0,130 kg/s

Per determinare la velocità nella sezione di uscita non è possibile utilizzare le espressioni di c_u ricavate per le condizioni di progetto in quanto la trasformazione non è isoentropica nel tratto divergente dell'ugello.

Le equazioni utilizzabili sono: conservazione dell'energia tra sezione di monte e sezione di uscita; equazione di continuità ed equazione di stato dei gas perfetti.

$$\begin{cases} c_u = \sqrt{2c_p\left(T_1^0 - T_u\right)} \\ \dot{m} = \rho_u A_u c_u \\ \rho_u = \dfrac{p_u}{RT_u} = \dfrac{p_2}{RT_u} \end{cases}$$

Posto $p_u = p_2$, con le motivazioni viste nell'esercizio precedente, si hanno tre equazioni in tre incognite.

Da questo sistema è possibile, per sostituzione, ricavare la seguente espressione di secondo grado in ρ_u.

$$\frac{2k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1}\rho_u^2 - \frac{2k}{k-1} p_2 \rho_u - \left(\frac{\dot{m}}{A_u}\right)^2 = 0$$

Delle due soluzioni possibili, una è negativa, e quindi la sola soluzione fisicamente accettabile è rappresentata dal valore:
ρ_u = 0,714 kg/m^3
La temperatura nella sezione di uscita si ricava dall'equazione di stato:
$T_u = \dfrac{p_2}{R\rho_u}$ = 488,3 K
La velocità di efflusso vale:
$c_u = \sqrt{2c_p(T_0 - T_u)}$ = (2*1004,5*(543-488,3))$^{1/2}$ = 331,5 m/s
E' possibile calcolare la velocità del suono nella sezione di uscita
$c_{s_u} = \sqrt{kRT_u}$ = (1,4*287*488,3)$^{1/2}$ = 442,94 m/s
Dai valori determinati si deduce che il flusso è subsonico in uscita, ovvero l'adattamento della pressione nella sezione di uscita è stato effettuato tramite un urto fluidodinamico.

16)
Le proprietà del fluido in ingresso all'ugello si determinano tramite il diagramma di Mollier:
p_1 = 160 bar; t_1 = 500 °C: v_1 = 0,0193 m^3/kg; i_1 = 3295,7 kJ/kg
Dalla definizione di entalpia totale
$i_1^0 = i_1 + \dfrac{c_1^2}{2}$ = 3306,96 kJ/kg
si ricavano le condizioni totali a monte dell'ugello: La pressione e il volume totali si ottengono, tramite il diagramma di Mollier, considerando la trasformazione isoentropica dallo stato 1 fino al livello di entalpia totale i_1^0.
p_1^0 = 165,91 bar
v_1^0 = 0,0188 m^3/kg
Il rapporto di adattamento dell'ugello vale
$\left(\dfrac{p_u}{p_1^0}\right)_{ad}$ = 20/165,91 = 0,121
e, poichè il rapporto di adattamento dipende sostanzialmente dalla sola geometria dell'ugello, la nuova pressione nell'ambiente di valle è:
$p_u' = p_1'\left(\dfrac{p_u}{p_1^0}\right)_{ad}$ = 6,03 bar
avendo indicato con l'apice le grandezze relative alle nuove condizioni.
Per determinare la portata che attraversa l'ugello quando si modificano le condizioni di monte del fluido di lavoro occorre considerare la relazione della portata valida in condizioni di efflusso isoentropico nell'ugello De Laval:
$$\dot{m} = A_u \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{k+1}{k}}\right]} \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} f\left(k, \frac{p_2}{p^0}\right) \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} f(k)$$

In condizioni di criticità per un determinato ugello la portata in massa dipende dalle condizioni di monte e da una funzione relativamente complessa di *k*. Trascurando l'influenza della piccola variazione di *k*[§] si ottiene:

$$\dot{m} \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}}$$

si ha quindi:

$$\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{p_1^{0\prime}}{p_1^0}\frac{\sqrt{p_1^0 v_1^0}}{\sqrt{p_1^{0\prime} v_1^{0\prime}}} = \sqrt{\frac{p_1^{0\prime} v_1^0}{p_1^0 v_1^{0\prime}}}$$

Le nuove condizioni totali a monte dell'ugello coincidono con le condizioni statiche in quanto la velocità del fluido in ingresso è trascurabile.
Le proprietà si determinano dal Mollier:
i_1' = 3195,5 kJ/kg
v_1' = 0,0578 m^3/kg
Si ottiene quindi:

$$\dot{m}' = \dot{m}\sqrt{\frac{p_1' v_1^0}{p_1^0 v_1'}}$$ = 10*((50*0,0188)/(165,91*0,0578))$^{1/2}$ = 10*0,313 = 3,13 kg/s[♦]

[♣] E' possibile determinare il valore medio dell'esponente *k* nel campo di lavoro dell'ugello.
Per le condizioni nominali si consideri l'isoentropica dalle condizioni di monte alla pressione di scarico. Tramite il diagramma di Mollier si determina:
p_u = 20 bar: $i_{u_{is}}$ = 2780,38 kJ/kg; v_u = 0,0986 m^3/kg
Il valore di *k* deve soddisfare la relazione:

$$p_u v_u^k = p_1 v_1^k$$

da cui si ottiene $k = \dfrac{ln(p_1/p_u)}{ln(v_u/v_1)}$ = 1,275

Nelle nuove condizioni di funzionamento, dal Mollier si ricava:
p_u' = 6,03 bar: $i_{u_{is}}$' = 2708,07 kJ/kg; v_u' = 0,307 m^3/kg

e quindi $k' = \dfrac{ln(p_1'/p_u')}{ln(v_u'/v_1')}$ = 1,267

[♦] Se non si fosse trascurata l'influenza della variabilità di *k*, utilizzando l'espressione completa della portata in condizioni di adattamento, tenuto conto dell'influenza dell'esponente *k* sul valore di adattamento, si sarebbe ottenuto

$$\dot{m}' = \dot{m}\sqrt{\frac{p_1' v_1^0}{p_1^0 v_1'}\frac{f(k', p_2'/p^{0\prime})}{f(k, p_2/p^0)}}$$ = 3,13*(0,3505/0,3515) = 3,12 kg/s

con un errore relativo, in modulo, inferiore al 1%.

Esercizi sulla regolazione di impianti a vapore

17) Un impianto a vapore a recupero parziale è stato progettato per le seguenti condizioni di funzionamento:
-vapore prodotto dal generatore di vapore: 120 t/h a 40 bar e 400°C;
-turbina di alta pressione (AP): rendimento termodinamico interno $\eta_{J_{AP}}$ = 0.785, $(p_{k,crit})_{AP}$ = 4 bar;
-turbina di bassa pressione (BP): rendimento termodinamico interno $\eta_{J_{BP}}$ = 0.8, $(p_{k,crit})_{BP}$ = 0.2 bar;
-condensatore: pressione p_k= 0.1 bar;
-utenza termica: 70 t/h di vapore a 150°C.
Al fine di potenziare l'impianto, il generatore di vapore viene sostituito con un generatore in grado di fornire il vapore a 50 bar e 450°C. Mantenendo costanti la pressione di estrazione e quella di condensazione, calcolare la portata di vapore prodotta dal nuovo generatore, la nuova portata inviata all'utenza termica e la potenza erogata dall'impianto.
(Il dato $p_{k,crit}$ indica il valore di pressione allo scarico discriminante per cui la turbina in esame, con le assegnate condizioni di funzionamento, inizia a lavorare in campo critico. E' quindi possibile determinare se le due turbine lavorano in campo critico o in campo subcritico. Per la turbina BP il rapporto di espansione in condizioni nominali di funzionamento è immediatamente determinabile, mentre per la turbina AP è necessario valutare dapprima la pressione allo scarico. Tale pressione può essere ricavata, mediante calcolo iterativo, imponendo che il rendimento isoentropico di espansione sia pari al valore fornito e che la temperatura del vapore allo scarico della turbina sia di 150°C. Nell'impianto potenziato occorrerà calcolare i nuovi rapporti di espansione per verificare se il nuovo campo di lavoro delle due turbine è critico o subcritico. Per la turbina BP, poichè le pressioni di monte e di valle rimangono costanti, non cambia il campo di lavoro rispetto alle condizioni nominali, mentre per la turbina di AP il rapporto delle pressioni diminuisce e pertanto il campo di lavoro potrebbe essere diverso da quello nominale).

18) In condizioni di progetto, un impianto di turbina a vapore consuma 20 t/h di combustibile (H_i = 40 MJ/kg) producendo vapore a 500°C e 30 bar (η_b = 0.88). Al condensatore viene mantenuta una pressione pari a 0.1 bar e la turbina ha un rendimento termodinamico interno pari a 0.8 e $p_{k,crit}$ = 0.3 bar
Regolando l'impianto per laminazione all'ammissione della turbina, la portata di combustibile viene ridotta a 15 t/h. Supposti costanti il rendimento del generatore, quello della turbina, la pressione al generatore e quella al condensatore, calcolare la potenza fornita dall'impianto nelle nuove condizioni di lavoro ($\eta_0 \cong \eta_0'$ = 95).

19) Una turbina multistadio prevede un primo stadio ad azione, regolato per parzializzazione, ed una successione di stadi a reazione. Le condizioni nominali di funzionamento prevedono:
- stadio ad azione: grado di parzializzazione nullo, condizioni del vapore all'ammissione di 10 bar e 400°C, pressione del vapore allo scarico 4 bar, rendimento termodinamico interno η_θ=0.7, portata $\dot{m}$ = 100 t/h;

- gruppo a reazione: pressione allo scarico 0.05 bar, rendimento termodinamico interno h_q =0.82, $p_{k,crit}$ =0.8 bar.

Si determini la pressione di scarico dello stadio ad azione, a parità di condizioni del vapore a monte e di pressione allo scarico dell'intera turbina, quando il grado di parzializzazione dello stadio ad azione viene portato a 0.3. Si calcoli inoltre la potenza della turbina nelle nuove condizioni, supponendo invariati i rendimenti termodinamici delle turbine ed il rendimento organico (h_o=0.96).

(Si noti che il rapporto di pressioni critico dello stadio ad azione è quello del solo distributore. Esso sarà quindi prossimo a 0.5 essendo il distributore schematizzabile come un insieme di ugelli posti in parallelo)

20) Una turbina a vapore multistadio in condizioni di progetto ha le seguenti caratteristiche:
- condizioni del vapore all'ammissione: 50 bar, 450°C e velocità trascurabile;
- condizioni del vapore allo scarico: p_k = 0.2 bar e $p_{k,crit}$ = 1 bar;
- portata di vapore: 100 t/h.

Calcolare la portata di vapore che attraversa la turbina qualora le condizioni del vapore all'ammissione divengano pari a 30 bar e 350°C e la pressione al condensatore sia di 10 bar.