

Cognome Nome ..... Matricola .....

Centro d'ascolto di Scanu di Montiferru - Esame di Matematica I - 16 marzo 2007

**Esercizio 1**

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{5 + 2e^x} + 3x \sin(7 + 8x^2)$$

a) calcolare  $\int f(x) dx$

b) calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{5 + 2e^x} dx .$$

**Esercizio 2**

Data la funzione  $f(x) = \log(x + 3) + \frac{1}{x + 1}$  si chiede di:

(a) determinare il dominio di  $f(x)$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;

(b) determinare gli intervalli di monotonia di  $f(x)$  e gli eventuali punti di massimo e minimo (relativo e assoluto);

(c) tracciare il grafico di  $f(x)$  utilizzando le informazioni ricavate nei punti precedenti;

(d) determinare l'insieme immagine della funzione  $f(x)$ ; dedurre dallo studio precedente che  $f$  non ha zeri.

(e) Dire qual'è il più grande intervallo su cui  $f$  è iniettiva.

### Esercizio 3

Si consideri la funzione  $h(x) = \log(1 + 4x^2) - \sin^2(3x)$ .

(a) Determinare lo sviluppo di Maclaurin arrestato al quarto ordine di  $h(x)$ ;

(b) dedurre dallo sviluppo ottenuto che  $x = 0$  è un punto di stazionarietà per  $h(x)$ , e indicarne la natura;

(c) dire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{h(x)}{x^4} dx.$$

#### Esercizio 4

(A) Definire che cosa è una serie a termini di segno alterno e discuterne la convergenza e la convergenza assoluta.

(B) Di una serie a termini strettamente positivi  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  si sa che converge e che la somma vale 25.

(a) Provare che non esiste nessun  $a_n$  maggiore di 25 .

(b) Discutere la convergenza della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n a_n$  .

(c) Provare che la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$  diverge.