

8 settembre 2005

**Esercizio 1**

Data la funzione

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3} + x \sin(x^2)$$

a) trovare la primitiva della funzione  $f(x)$  che passa per il punto  $P = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ .

b) calcolare l'integrale improprio

$$\int_4^{+\infty} \frac{2}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

## Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \frac{2-x}{\sqrt{1+x}}$$

- (a) determinare il dominio di  $f(x)$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) determinare la derivata della funzione  $f(x)$ , gli intervalli di monotonia di  $f(x)$  e gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$ ;

(c) tracciare il grafico di  $f(x)$ .

**Esercizio 3**

Si consideri la funzione  $f(x) = \ln(1 + 2x) - 2x \cos x + 2x^2$ .

(a) determinare lo sviluppo di McLaurin arrestato al terzo ordine;

(b) dedurre da (a) che tipo di punto è per  $f(x)$  il punto  $x = 0$  (massimo o minimo relativo o punto di flesso).

#### Esercizio 4

(a) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto interno al suo dominio.

(b) Enunciare la proprietà che collega la derivabilità con la continuità di una funzione in un punto interno al suo dominio.

(c) Date le funzioni

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ e^{-x} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ e^x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

tracciarne i grafici e stabilire se sono continue e/o derivabili in  $[-1, 1]$ .

### Esercizio 5

(A) Enunciare il criterio del confronto per la convergenza delle serie a termini positivi.

(B) E' data una serie a termini strettamente positivi  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ , di cui si sa che è convergente.

Allora:

$B_1$ ) la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{2n}$  è convergente     VERO     FALSO     perché:

$B_2$ ) la successione  $(a_n)_{n \geq 1}$  è limitata     VERO     FALSO     perché:

$B_3$ ) la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$  è convergente     VERO     FALSO     perché: