

COGNOME e Nome..... Matricola

Centro di Scanu di Montiferru - MATEMATICA I

B

7 settembre 2006

Esercizio 1

E' data la funzione

$$f(x) = 5x^3 e^{-x^4} - \frac{9}{x^2 + 4x + 5}.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x) dx$.

b) Calcolare l'integrale improprio $\int_{-1}^{+\infty} f(x) dx$.

- (d) **SENZA FARE CALCOLI ALGEBRICI**, ma sfruttando le informazioni precedenti, determinare tutti i valori $\lambda \in \mathbf{R}$ per cui l'equazione $f(x) = \lambda$, $x \in \mathbf{R}$:
- i) non ammette soluzioni;
 - ii) ammette una sola soluzione;
 - iii) ammette due soluzioni.

- (e) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine 4 della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 3.

(a) Dare le definizioni di continuità e di derivabilità per una funzione $f(x)$ in un punto x_0 .
continuità:

derivabilità:

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(1-k)x} & \text{se } x < 0 \\ 2k(x+1)^2 - \frac{3}{2}x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(b_1) trovare i valori di $k \in \mathbf{R}$ in modo che $f(x)$ risulti continua in $x = 0$;

(b_2) dire se, per i valori di $k \in \mathbf{R}$ trovati in (b_1), la funzione $f(x)$ risulta derivabile in $x = 0$.

Esercizio 4

(A) Dire che cosa è una serie geometrica e che cosa si può affermare sul suo comportamento.

(B) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3k+2}{k^2+2} \right)^n$$

(dove k è un parametro reale):

(1) trovare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la serie converge;

(2) trovare (se esistono) i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la somma della serie vale $\frac{3}{4}$.