

COGNOME e Nome..... Matricola .....

Centro di Scano di Montiferru - MATEMATICA I

A

7 settembre 2006

**Esercizio 1**

E' data la funzione

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + 2x + 2} - 8x^2 e^{-x^3}.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x) dx$ .

b) Calcolare l'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ .



- (d) **SENZA FARE CALCOLI ALGEBRICI**, ma sfruttando le informazioni precedenti, determinare tutti i valori  $\lambda \in \mathbf{R}$  per cui l'equazione  $f(x) = \lambda$ ,  $x \in \mathbf{R}$ :
- i) non ammette soluzioni;
  - ii) ammette una sola soluzione;
  - iii) ammette due soluzioni.

- (e) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine 4 della funzione  $f(x)$ .

### ESERCIZIO 3.

(a) Dare le definizioni di continuità e di derivabilità per una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$ .  
continuità:

derivabilità:

(b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(k+1)x} & \text{se } x \leq 0 \\ k(x-1)^2 + x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

( $b_1$ ) trovare i valori di  $k \in \mathbf{R}$  in modo che  $f(x)$  risulti continua in  $x = 0$ ;

( $b_2$ ) dire se, per i valori di  $k \in \mathbf{R}$  trovati in ( $b_1$ ), la funzione  $f(x)$  risulta derivabile in  $x = 0$ .

#### ESERCIZIO 4.

(A) Dire che cosa è una serie geometrica e che cosa si può affermare sul suo comportamento.

(B) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{k+1}{k^2+1} \right)^n$$

(dove  $k$  è un parametro reale):

(1) trovare i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la serie converge;

(2) trovare (se esistono) i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la somma della serie vale  $\frac{5}{2}$ .