

COGNOME e Nome..... Matricola .....

Centro di Scano di Montiferru - MATEMATICA I

20 maggio 2004

**Esercizio 1**

E' data la funzione  $f(x) = \frac{9x - 2}{x^3 - 4x} - xe^{-x^2}$ .

a) Calcolare l'integrale  $\int f(x) dx$ .

b) Calcolare l' integrale improprio  $\int_3^{+\infty} f(x) dx$ .

**Esercizio 2**

Si consideri la funzione  $f(x) = \ln x - \ln(3x - 5) - x$

a) Trovare il dominio di  $f(x)$ , calcolare i limiti agli estremi del dominio e indicare gli eventuali asintoti

b) Calcolare la derivata prima, gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di massimo e minimo di  $f$

c) Calcolare la derivata seconda, gli intervalli di convessità, gli eventuali punti di flesso di  $f$

d) Tracciare un grafico qualitativo di  $f$

e) Enunciare il teorema di Lagrange.

Dire se il teorema di Lagrange è applicabile alla funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[2, 4]$ .

f) Utilizzando i risultati precedenti, provare che l'equazione  $f(x) = 0$  ha una sola soluzione.

### Esercizio 3

- a) Enunciare il criterio del rapporto per la convergenza delle serie a termini di segno positivo.

Applicando il criterio del rapporto, dire se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$  converge

- b) Enunciare il criterio di Leibniz per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

Dire se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$  converge.

### Esercizio 4

- a) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di una generica funzione  $f(x)$  centrato in un punto  $x_0$ , e dire sotto quali condizioni per  $f(x)$  e per  $x_0$  tale polinomio si può scrivere.

- b) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione  $g(x) = \ln(\cos x)$  centrato nel punto  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

- c) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della curva  $g(x)$  nel punto di ascissa  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .