Cognome Nome .... Matricola .... Laurea in ....

Centro di Scanu di Montiferru - Esame di Matematica I - 17 settembre 2007

Esercizio 1

(A) Definire che cosa è una primitiva di una funzione $f(x)$ su un intervallo I e che cosa è l'integrale indefinito di $f(x)$ su I.

(B) E' data la funzione

$$g(x) = \frac{\arctan x}{x^2}.$$

(B_1) Trovare la primitiva di $g(x)$ che si annulla per $x = 1$.

(B_2) Calcolare l'integrale improprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} g(x)\,dx\,.$

ESERCIZIO 2. Si consideri la funzione $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$. Si chiede di:

(a) determinare il dominio, il segno, gli zeri ed eventuali simmetrie della funzione $f(x)$, ;

(b) determinare gli intervalli di monotonia di $f(x)$ e gli eventuali punti di massimo e minimo locale e assoluto;

(c) tracciare il grafico di $f(x)$ utilizzando le informazioni ricavate nei punti precedenti;

(d) Enunciare il teorema di Rolle.

(e) Dire se la funzione $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle sull'intervallo I$= [-2, 2]$.

Esercizio 3

E' data la funzione $f(x) = 3x\ln(1-3x^2) - 4\sin(3x) + 12x$.

(a) Trovare lo sviluppo di MacLaurin di ordine 3 di $f(x)$;

(b) provare che il punto $x = 0$ è un punto di stazionarietà per $f(x)$ e indicarne la natura (punto di massimo, minimo o flesso);

(c) utilizzando lo sviluppo trovato, calcolare $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^3}$.

(d) Dire se converge l'integrale improprio $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^3\sqrt{x}}\,dx$.

Esercizio 4

(A) Definire che cosa signigica che una serie numerica è convergente e indicare una condizione necessaria per la convergenza.

(B) Di una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ si sa che $a_n \neq 0, \forall n \in I\!N$ e che $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 11$. Allora:

(B_1) $\lim_{n\to+\infty} a_n = 11$ VERO FALSO perché:

(B_2) $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{1}{11}$ VERO FALSO perché:

(B_3) $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ VERO FALSO perché:

(B_4) nessun termine della serie può essere maggiore di 11 VERO FALSO perché: