COGNOME e Nome.. **Matricola** ....

Centro di Scanu di Montiferru - MATEMATICA I B

15 marzo 2006

Esercizio 1

Data la funzione

$$f(x) = x^3 \cos(2 - 5x^4) - \frac{3}{4e^x + 3}$$

a) calcolare $\int f(x)\,dx$

b) calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{3}{4e^x + 3}\,dx\,.$$

Esercizio 2

Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x} - \ln(6-x)$ si chiede di:

(a) determinare il dominio di $f(x)$, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;

(b) determinare gli intervalli di monotonia di $f(x)$ e gli eventuali punti di massimo e minimo (relativo e assoluto);

(c) tracciare il grafico di $f(x)$ utilzzando le informazioni ricavate nei punti precedenti.

(d) Dire (servendosi di opportune proprietà teoriche, SENZA FARE CALCOLI) se la funzione $f(x)$ ha zeri.

(e) Fornire le definizioni di punto di estremo relativo e di punto critico per una generica funzione $g(x)$;

- enunciare il teorema di Fermat;

- un punto di estremo è sempre punto critico? Un punto critico è sempre di estremo? Corredare le risposte di esempi grafici.

Esercizio 3

Si consideri la funzione $h(x) = \sin^2(\sqrt{5}x) - \log(1 + 4x^2)$.

(a) Determinare lo sviluppo di Maclaurin arrestato al quarto ordine di $h(x)$;

(b) dedurre dallo sviluppo ottenuto che $x = 0$ è un punto critico per $h(x)$, e indicarne la natura;

(c) calcolare il seguente limite: $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{h(x)}{\sin^2 x}$.

Esercizio 4

(A) Definire che cosa è una serie geometrica e discuterne la convergenza.

(B) Data la serie (dipendente dal parametro $\theta \in \mathbf{R}$)

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (\sin \theta)^n \quad :$$

(a) trovare i valori di $\theta \in \mathbf{R}$ per cui la serie converge

(b) trovare (se esistono) almeno due valori di θ per cui la somma della serie valga 2

(c) provare che la serie converge assolutamente $\forall \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$